

**Corso di laurea in Fisica**  
**Primo esonero di Istituzioni di Fisica Teorica**  
**L'Aquila 29 Novembre 2010**

**studente/ssa:**  
**matricola:**

1) Due grandezze fisiche  $A$  e  $B$  sono rappresentate dalle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & b_1 + ib_2 \\ b_1 - ib_2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{con } a_1, a_2, b_1, b_2 \text{ valori reali.}$$

- Quale è la base nella quale esse ammettono questa rappresentazione?
- Le due grandezze sono compatibili?
- Sapete dare un limite inferiore (calcolandolo) al prodotto di indeterminazione  $\langle \Delta A^2 \rangle \langle \Delta B^2 \rangle$  su un generico stato?

2) Una funzione d'onda unidimensionale è data da

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} \quad -\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2}$$

$$\psi(x) = 0 \quad \text{altrimenti}$$

- Determinare la densità di probabilità di trovare l'impulso  $p$  in una misura.
  - Calcolare  $\langle p \rangle$ .
- 3) Una particella di massa  $m$  vincolata su di un segmento lungo  $L$  si trova in uno stato per cui una misura di energia fornisce unicamente i 2 valori più bassi  $E_1$  ed  $E_2$  con probabilità  $P_1$  e  $P_2$  rispettivamente.
- Quali i valori dell'energia?
  - Quale è lo stato più generale che soddisfa i requisiti sopra?
  - Come variano le probabilità  $P_1$  e  $P_2$  nel tempo?
- 4) Esprimere gli operatori  $x^2$  e  $p^2$  in termini degli operatori  $a$  ed  $a^\dagger$  dell'oscillatore armonico.

- Calcolare i due stati

$$x^2|n\rangle$$

$$p^2|n\rangle$$

- Calcolare

$$\langle 3|p^{2n+1}|3\rangle$$