

Suggerimenti per la soluzione del Compito d'esame di Istituzioni di Fisica Teorica L'Aquila 6 Febbraio 2013

- 1) Una particella di spin $1/2$ e massa m è confinata in un segmento di lunghezza L . Essa è preparata in uno stato per cui i due valori dello spin s_z sono equiprobabili inoltre:

i) se in una misura di spin s_z si ottiene il valore $\hbar/2$ una misura successiva di energia si ottiene il valore $\hbar^2\pi^2/2mL^2$

ii) se in una misura di spin s_z si ottiene il valore $\hbar/2$ una misura successiva di energia si ottiene il valore $2\hbar^2\pi^2/mL^2$.

- Scrivere la densità di probabilità di trovare la particella nel punto x al tempo t indipendentemente dal valore dello spin

- Determinare i valori medi $\langle s_z(t) \rangle, \langle s_x(t) \rangle$

Lo stato più generale per la particella può essere uno stato entangled che coinvolge

a) parte posizionale gli autostati fondamentale $|1\rangle$ e primo eccitato $|2\rangle$

b) parte di spin gli autostati dello spin nella direzione z ($|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$)

Le condizioni date permettono di individuare tale stato come una combinazione di $|1\rangle|\uparrow\rangle$ e $|2\rangle|\downarrow\rangle$ con i coefficienti...

- 2) Una particella di massa m è confinata in un quadrato di lato L (sistema di riferimento $x = (0, L), y = (0, L)$). Essa sottoposta ad un potenziale

$$V(x, y) = \begin{cases} V_0 & \text{se } |x - L/2| < L/4 \text{ e } |y - L/2| < L/4 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Con $V_0 > 0$.

Usando la teoria delle perturbazioni al primo ordine:

- Calcolare la correzione all'energia dello stato fondamentale e del primo eccitato

- Stimare il valore di V_0 al disopra del quale la teoria delle perturbazioni non può essere più applicata.

Per prima cosa determinare gli lo stato fondamentale ed il primo eccitato in assenza di V . Essi sono stati prodotto di autostati del problema unidimensionale della particella vincolata ad un segmento. Lo stato eccitato ha una doppia degenerazione. Nei calcoli degli integrali risultati dalla teoria delle perturbazioni la simmetria degli autostati rispetto alla riflessione intorno al punto $x = L/2$ ed $y = L/2$ è rilevante per semplificare il problema. Nella stima del valore limite di V_0 si deve confrontare la distanza fra lo stato fondamentale ed il primo eccitato imperturbati e la modifica alle energie dovute alla perturbazione.

- 3) Un gas di Fermi a temperatura T contenuto nel volume V possiede la stessa energia interna di un corpo nero di ugual volume ma che si trova ad una diversa temperatura T_0 .

- Calcolare il rapporto fra le pressioni (del gas di Fermi e della radiazione nel caso del corpo nero).

Considerare la relazione esistente fra la pressione e l'energia interna per unità di volume nei due casi. Essa è diversa in ragione della diversità delle dispersioni dei due tipi di sistema: nel gas di Fermi $E = p^2/2m$ nel gas di fotoni $E = cp$.