

Esame 25-Nov-2013

(1)

Suggerimenti per la soluzione

$$1) \quad u = e^{i\varphi} \frac{1}{\sqrt{2}}$$

- A e B sono hermitiani
- gli autostati di A sono gli stati di base e sono gli stati assenti dopo la misura di A
- gli autovalori di A sono gli elementi diagonali di A nella base dei suoi autovettori e sono i possibili valori di una misura di A
- A e B non commutano dunque non sono compatibili (calcolare)

$$2) \quad J = \frac{\hbar}{2mi} (\psi^* \partial_x \psi - \psi \partial_x \psi^*) = \frac{\hbar}{m} \operatorname{Im}(\psi^* \partial_x \psi)$$

$$\psi = \psi_1 + \psi_2$$

$$\psi^* \partial_x \psi = ik_1 |\psi_1|^2 + ik_2 |\psi_2|^2 + ik_1 \psi_2^* \psi_1 + ik_2 \psi_1^* \psi_2$$

$$\operatorname{Im} \psi^* \partial_x \psi = k_1 |\psi_1|^2 + k_2 |\psi_2|^2 + \operatorname{Re}(k_1 \psi_2^* \psi_1 + k_2 \psi_1^* \psi_2)$$

... continuare

3) $\sigma \neq \frac{e}{\sqrt{2}}$ dunque lo stato non è
lo stato fondamentale

(2)

ma sempre

$$\langle x \rangle = \langle p \rangle = 0$$

per ragioni di simmetria...

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} e^{\frac{i}{\hbar} H t} x e^{-\frac{i}{\hbar} H t} = \frac{i}{\hbar} [H, x]$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{i}{\hbar} [H, p]$$

calcolare i commutatori e mostrare quindi che

$$\frac{dx}{dt} = p$$

$$\frac{dp}{dt} = -m\omega^2 x$$

$$\langle x(t) \rangle = \langle p(t) \rangle = 0$$

ma lo stato evolve nel tempo perché

$$\langle x^2(t) \rangle = \langle (x(0) \cos \omega t + \frac{p(0)}{m\omega} \sin \omega t)^2 \rangle =$$

$$= \langle x(0)^2 \rangle \cos^2 \omega t + \langle \frac{p(0)^2}{m^2 \omega^2} \sin^2 \omega t +$$

$$+ \frac{\sin 2\omega t}{2m\omega} \langle x p + p x \rangle$$

$$\langle x p + p x \rangle = 2 \operatorname{Re} \langle x p \rangle = 0 \quad \dots$$

$$4) \quad |4\rangle = \int dp \phi(p) |p\rangle$$

(3)

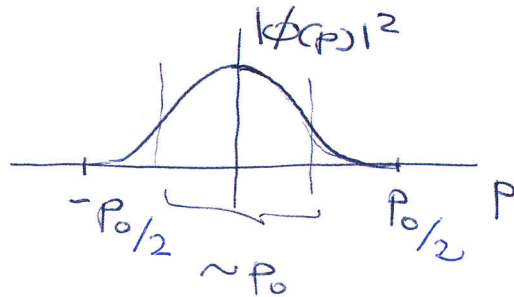
$$|4\rangle = \int dx \psi(x) |x\rangle$$

$$\psi(x) = \langle x | 4 \rangle = \int_{-p_0}^{p_0} dp \phi(p) \langle x | p \rangle$$

$$\psi(x) = \int_{-p_0/2}^{p_0/2} dp \phi(p) \frac{e^{+i \frac{x}{\hbar} p}}{\sqrt{2\pi\hbar}}$$

$$\phi(p) = \sqrt{\frac{2}{p_0}} \frac{e^{i \frac{\pi p}{p_0}} + e^{-i \frac{\pi p}{p_0}}}{2} \quad \dots$$

$$\langle \Delta p^2 \rangle \propto p_0^2$$



$$\langle \Delta x^2 \rangle \langle \Delta p^2 \rangle \geq \frac{\hbar^2}{4}$$

$$\langle \Delta x^2 \rangle \sim \frac{\hbar^2}{4 \langle \Delta p^2 \rangle} \sim \frac{\hbar^2}{4 p_0^2}$$

$$5) \quad |4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle + \frac{e^{i\varphi}}{\sqrt{2}} |2\rangle$$

$$|4, t\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar} E_1 t} \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle + \frac{e^{i(\varphi - \frac{E_2}{\hbar} t)}}{\sqrt{2}} |2\rangle$$