

Corso di laurea in Fisica I Parziale di Istituzioni di Fisica Teorica L'Aquila 25 Novembre 2013

studente/ssa:
matricola:

1) Un sistema quantistico si trova in uno stato combinazione di tre stati ortonormali

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + u|1\rangle + \frac{1}{2}|2\rangle.$$

- Come deve essere u affinché lo stato sia normalizzato?

Due operatori A e B sono rappresentate in tale base dalle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} a_0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -ib_1 & 0 \\ ib_1 & 0 & -ib_2 \\ 0 & ib_2 & 0 \end{pmatrix}$$

con $a_{0,1,2}, b_{1,2}$ valori reali.

- Questi operatori possono rappresentare grandezze fisiche?

- Determinare i possibili valori di una misura di A e le rispettive probabilità.

- Determinare gli stati assunti dal sistema dopo la misura di A .

- Le grandezze A e B sono compatibili?

2) Quale è la densità di probabilità e la corrente associata allo stato:

$$\Psi(x) = Ae^{ik_1x} + Be^{ik_2x}$$

3) Lo stato iniziale di una particella di massa m in un potenziale armonico di pulsazione caratteristica ω è

$$\psi(x) = \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right]^{1/2}$$

con σ reale.

- Valutare $\langle x \rangle$ e $\langle p \rangle$

- Scrivere le equazioni del moto per x e p nella rappresentazione di Heisenberg.

- Valutare $\langle x(t) \rangle$ e $\langle p(t) \rangle$

- Lo stato evolve nel tempo?

4) La funzione d'onda nella rappresentazione degli impulsi è

$$\phi(p) = \sqrt{\frac{2}{p_0}} \cos\left(\frac{\pi}{p_0}p\right) \quad -p_0/2 \leq p \leq p_0/2$$

$$\phi(p) = 0 \quad \text{altrimenti}$$

con $p_0 > 0$.

- Valutare $\psi(x)$

- Stimare $\langle \Delta x^2 \rangle$

- 5) Una particella di massa m è vincolata ad un segmento di lunghezza L . Una misura di energia può fornire solo i valori seguenti con le associate probabilità

$$E_1 = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \quad P_1 = \frac{1}{2}$$

$$E_2 = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2 \quad P_2 = \frac{1}{2}$$

- Determinare l'insieme degli stati che soddisfano tale condizione e la loro evoluzione temporale.