

Corso di laurea in Fisica Esame di Istituzioni di Fisica Teorica L'Aquila 27 Gennaio 2016

studente/ssa:
matricola:

- 1) Una particella di massa m si muove nello spazio tridimensionale soggetta alla forza costante F diretta nella direzione x .

Inizialmente la particella si trova nello stato descritto dalla funzione d'onda

$$\Psi(\vec{r}) = e^{ikx} \left[\frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^3} e^{-(x^2+y^2+z^2)/2\sigma^2} \right]^{1/2}$$

- Quale è l'ampiezza di probabilità nell'impulso al tempo iniziale? E come varia nel tempo?
- Determinare i valori medi $\langle x(t) \rangle, \langle y(t) \rangle, \langle z(t) \rangle$ e $\langle p_x(t) \rangle, \langle p_y(t) \rangle, \langle p_z(t) \rangle$ per ogni tempo $t > 0$.

La funzione d'onda nella rappresentazione degli impulsi ($\phi(p)$) si ottiene come trasformata di Fourier della funzione d'onda. La funzione d'onda ha modulo gaussiano e fase lineare nella coordinata x . Sappiamo che se non ci fosse la fase la funzione d'onda nella rappresentazione degli impulsi sarebbe anch'essa gaussiana a media nulla con varianza $\sigma_p^2 = \hbar/4\sigma^2$. La fase rappresenta solo una traslazione dell'impulso e quindi della sua distribuzione. La funzione d'onda risulterà quindi una gaussiana a media non nulla e varianza $\sigma_p^2 = \hbar/4\sigma^2$. Qual è questa media? Per quanto riguarda l'evoluzione temporale possiamo esprimere l'operatore di evoluzione temporale nella rappresentazione degli impulsi. Iniziamo calcolando i valori medi al tempo zero. I valori medi che coinvolgono l'impulso sono facilmente calcolati usando $\phi(p)$ quelli nelle coordinate usando lo stato dato. Nell'evoluzione temporale applicheremo il teorema di Ehrenfest...

- 2) Due particelle identiche di spin zero e massa m si muovono in una dimensione spaziale. L'Hamiltoniano del sistema è:

$$H = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} + \frac{1}{2}k(x_1 - x_2)^2$$

Supponendo che l'impulso del baricentro delle due particelle sia sempre nullo e che il sistema si trovi nello stato fondamentale

- quanta energia bisogna cedere al sistema per portarlo nel primo stato eccitato?
- Quale è la degenerazione del primo stato eccitato?

Si tratta di calcolare l'energia dello stato fondamentale e del primo stato eccitato per un sistema di due bosoni interagenti. Facendo ricorso alle coordinate/impulsi del baricentro e del moto relativo si può separare l'Hamiltoniano...

- 3) Un sistema è costituito da N sistemi quantistici distinguibili termalizzato alla temperatura T . Ognuno dei sistemi è composto da due spin $1/2$ con Hamiltoniano

$$H = -J\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2$$

- Determinare l'energia interna del sistema.
- Determinare il calore specifico nel limite $T \rightarrow 0$ a $T \rightarrow \infty$.

In ognuno dei sistemi si determinino gli autovalori e le loro degenerazioni. Per fare questo si può esprimere il prodotto scalare $\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 = (|\vec{s}_1 + \vec{s}_2|^2 - |\vec{s}_1|^2 - |\vec{s}_2|^2)/2 \dots$