

Suggerimenti per la soluzione del I Parziale di Istituzioni di Fisica Teorica L'Aquila 8 Novembre 2017

- 1) L'Hamiltoniano di un sistema può rappresentarsi come: $H = \begin{pmatrix} E_0 & 0 \\ 0 & E_1 \end{pmatrix}$ mentre un osservabile B si scrive nella stessa base come $B = \begin{pmatrix} b_1 & b_1 \\ b_1 & -b_1 \end{pmatrix}$ con b_1 valori reale.

- Le due grandezze sono compatibili?
- Scrivere esplicitamente lo stato normalizzato più generale possibile. Di quanti parametri si ha bisogno per caratterizzare tale stato?
- Se al tempo $t = 0$ misuro l'energia su questo stato quali valori posso ottenere e con che probabilità.
- Se invece di misurare l'energia al tempo zero la misuro al tempo $t > 0$ quali valori posso ottenere e con che probabilità.
- Se misuro l'energia al tempo $t = 0$ ottenendo il valore E_0 e immediatamente dopo la grandezza B che valori posso ottenere e con che probabilità?

Per prima cosa si può considerare che la grandezza B si esprime come somma di σ_z e σ_x e considerando che H è invece proporzionale alla somma dell'identità e di σ_z si ha la non compatibilità delle due grandezze. Nell'evoluzione temporale si consideri lo stato scritto nella base di H a questo punto una misura di energia può dare i valori E_0 ed E_1 con probabilità date ed indipendenti dal tempo...

- 2) In un oscillatore armonico di massa m pulsazione ω siano
 $\hat{H}$ l'operatore che rappresenta l'energia totale del sistema
 $\hat{V}$ l'operatore che rappresenta l'energia potenziale del sistema
 $\hat{T}$ l'operatore che rappresenta l'energia cinetica del sistema

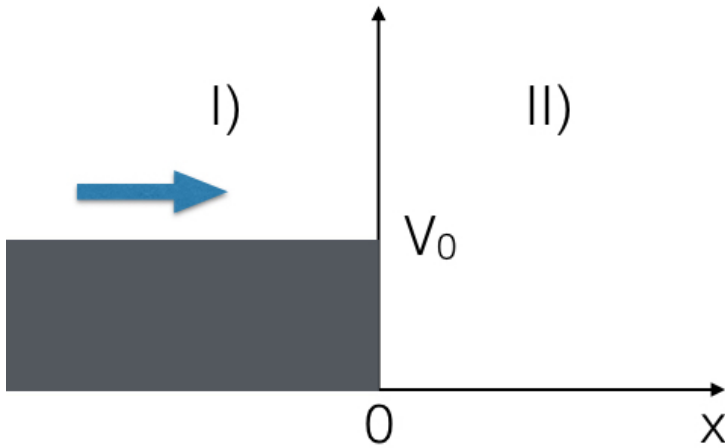
- Le grandezze $\hat{V}$ e $\hat{T}$ sono costanti del moto?
- stimare il valore del prodotto $\sqrt{\langle \Delta \hat{V}^2 \rangle \langle \Delta \hat{T}^2 \rangle}$ sullo stato fondamentale.
- tale valore dipende dal tempo?

Mentre H è una costante del moto anche classicamente T e V non lo sono per convincersi si consideri che $T \propto p^2$ mentre $V \propto x^2$...Il calcolo del prodotto d'indeterminazione stimato con il teorema d'indeterminazione generalizzato darà una sorpresa...

- 3) Una particella di massa m è confinata su un segmento di lunghezza L . Una misura di energia può fornire i soli valori $E_1 = \hbar^2 \pi^2 / 2mL^2$ o $E_3 = 9\hbar^2 \pi^2 / 2mL^2$
- Determinare tutti gli stati $|\psi\rangle$ compatibili con le informazioni date.
 - Determinare su questi stati il valore di $\langle \psi | x - \frac{L}{2} | \psi \rangle$ e discutere il risultato.
 - Scrivere esplicitamente l'evoluzione temporale degli stati in esame ed $\langle x(t) - \frac{L}{2} \rangle$

Si consideri la parità delle autofunzioni dell'energia rispetto al punto $x = L/2$...una combinazione lineare di stati pari è uno stato pari?

- 4) Un fascio unidimensionale di particelle provenendo da sinistra si muove su di un potenziale a gradino come in figura.
- Determinare la forma della funzione d'onda nelle regioni I) e II) in funzione della energia della particella.
 - Determinare il coefficiente di trasmissione e riflessione in funzione della energia della particella.



Nella parte destra siamo in presenza di un potenziale non nullo quindi l'energia delle particelle deve essere sempre maggiore del valore del potenziale. Abbiamo quindi sempre un comportamento oscillante per la funzione d'onda sia nella parte destra che nella parte sinistra...

- 5) Se due stati sono ortogonali al tempo $t = 0$ lo saranno anche al tempo $t > 0$? Discutere il risultato.
- L'evoluzione temporale in un sistema conservativo è unitaria quindi conserva il prodotto scalare...