Suggerimenti per la soluzione del
I Parziale di Istituzioni di Fisica Teorica
L'Aquila 12 Novembre 2018

1) L'Hamiltoniano di un sistema può rappresentarsi in una base ortonormale come:

$$H = \epsilon_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

mentre un osservabile U si scrive come

$$U = u \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

con ϵ_0, u parametri reali positivi.

- U ed H sono compatibili?

- Quali sono i possibili valori per le misure di H ed U?

- Se misuro su di uno stato generico H al tempo $t = 0$ ed effettuo la misura di U ad un tempo posteriore t, i valori della misura di U e le probabilità con cui li ottengo dipendono da t?

Si può notare come lo spazio di Hilbert di questo problema sia bidimensionale. H ed U non sono compatibili come si verifica facilmente dal commutatore inoltre la parte adimensionale di tali grandezze ha gli stessi autovalori. Misurando poi l'energia il sistema collassa in autostato di H il quale evolve in maniera peculiare...

2) Una particella di massa m è vincolata su di un segmento di lunghezza L. Essa si trova nello stato:

$$|\psi\rangle \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|2\rangle$$

con $|1\rangle, |2\rangle$ rispettivamente stato fondamentale e primo stato eccitato.

- Scrivere la funzione d'onda associata a tale stato.

- La probabilità di trovare la particella fra $[0, L/2]$ è pari maggiore o minore di $1/2$?

La funzione d'onda è la combinazione lineare di due autostati mentre la densità di proba
è il suo modulo quadro. In questo caso le funzioni ed i coefficienti sono reali...

3) In un oscillatore armonico unidimensionale siano dati i seguenti due operatori adimensionali

$$A = a^2 + a^{\dagger\, 2}$$

$$B = (a^2 - a^{\dagger\, 2})/i$$

- Mostrare che essi sono Hermitiani.

- Sono compatibili?

- Sono quantità conservate?

Possiamo scegliere di calcolare i commutatori direttamente si per quanto riguarda la compatibilità che per quanto riguarda l'evoluzione temporale degli operatori. Oppure si possono esprimere A e B in funzione di x e p...

4) Una particella libera si massa m è descritta dalla funzione d'onda nella rappresentazione degli impulsi:

$$\phi(p) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/4}} \exp(-\frac{(p-p_0)^2}{4\sigma^2})$$

con $p_0 > 0$

- La funzione d'onda nella rappresentazione degli impulsi è normalizzata?

- Valutare la fluttuazione di $\hat{p}$ su tale stato

- Valutare il valor medio $< x(t) >$ nel tempo.

- Valutare la corrente asssociata a tale stato.

`La densità  di probabilità  nello spazio degli impulsi è gaussiana a media` p_0 `e varianza` σ^2...

5) Una fascio di particelle di masssa m in una dimensione incide da sinistra su di una barriera di potenziale di ampiezza spaziale L ed altezza energetica V_0.

- Nel caso $E < V_0$

- Scrivere la funzione d'onda associata ad un energia fissata associata a tale problema in tutte le zone dell'asse x.

- Scrivere il coefficiente di trasmissione e riflessione in funzione dei parametri della funzione d'onda.

- Scrivere le condizioni di raccordo sui punti di discontinuità del potenziale.

- Discutere il caso $E \simeq V_0$

`Il caso` $E \simeq V_0$ `presenta delle peculiarità, bisogna scrivere le condizioni di raccordo e svilupparle in maniera opportuna secondo un parametro piccolo` $\propto \sqrt{V_0 - E}$...