

Corso di laurea in Fisica II Parziale di Istituzioni di Fisica Teorica L'Aquila 18 Dicembre 2018

studente/ssa:
matricola:

- 1) Si considerino due particelle che interagiscono tramite la Hamiltoniana

$$H_0 = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} + V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)$$

- Si determinino tutte le osservabili che commutano con H_0 dandone una giustificazione.
- Si dia una espressione generale per l'autostato appartenente allo spettro discreto del problema.
- Per particelle dotate di spin si aggiunga ad H_0 il potenziale

$$U = -g \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2$$

- Si determinino di nuovo tutte le osservabili che commutano con $H = H_0 + U$.

- 2) Lo stato di una particella di spin 1/2 in uno spazio unidimensionale è rappresentato dal seguente spinore

$$\begin{pmatrix} \psi_+(x) \\ \psi_-(x) \end{pmatrix}$$

nella base degli autostati della componente z dello spin. Inoltre $\psi_{\pm}(x) = A \exp(-\frac{(x \mp x_0)^2}{4\sigma^2})$.

- Determinare A affinché lo stato sia normalizzato.
- Determinare la probabilità di trovare in una misura dello spin lungo z il valore $\hbar/2$.
- Determinare su questo stato i valori medio $\langle x \rangle, \langle \sigma_z \rangle$ e la loro correlazione $\langle x \sigma_z \rangle$.

- 3) La funzione d'onda di due particelle in uno spazio tridimensionale è tale che

$$\int d^3\mathbf{r}_2 |\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^{3/2} \exp(-\frac{|\mathbf{r}_1|^2}{2\sigma^2})$$

$$\int d^3\mathbf{r}_1 |\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^{3/2} \exp(-\frac{|\mathbf{r}_2|^2}{2\sigma^2})$$

- Dare un esempio di funzione d'onda $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ che soddisfi tali requisiti.
- Se le due particelle sono bosoni di spin 0 determinare se la funzione trovata è ammissibile.
- Se le due particelle sono fermioni di spin 1/2 quale sarà la parte di spin ammissibile?

- 4) Una misura di energia in un atomo di idrogeno può fornire i soli due valori pari all'energia dello stato fondamentale e a quello del primo stato eccitato con uguale probabilità.

- Scrivere gli stati del sistema che soddisfano tali requisiti.
- Aggiungendo all'Hamiltoniano un termine del tipo

$$-g \vec{B} \cdot \vec{L}$$

con $g > 0$ e $\vec{B}$ campo esterno omogeneo.

- quale degenerazione viene rotta nell schema dei livelli?
- determinare le energie dello stato fondamentale e del primo stato eccitato.

5) Un oscillatore armonico di frequenza caratteristica ω è perturbato dal termine

$$V = -\lambda(a^\dagger + a)^2$$

- Determinare le correzioni al primo e secondo ordine alla energia dello stato fondamentale.
- Determinare la correzione al primo ordine allo stato fondamentale.