

Suggerimenti per la soluzione del I Parziale di Istituzioni di Fisica Teorica L'Aquila 20 Dicembre 2019

- 1) Un atomo di idrogeno è soggetto ad una forza costante di modulo F_0 diretta lungo il verso positivo dell'asse z .
- Scrivere il potenziale V associato a tale forza.
 - V commuta con l'hamiltoniano dell'atomo di idrogeno libero (in assenza della forza esterna)?
 - V commuta con la componente z del momento angolare?

Il potenziale associato ad una forza costante diretta lungo l'asse z è una funzione lineare direttamente proporzionale a z .

Se esso agisce nello stesso modo su protone e elettrone avremo che esso sarà proporzionale a $z_1 + z_2$,

se consideriamo il protone come avente massa infinita potremo semplificare l'espressione considerandone solo l'azione sull'elettrone...

- 2) Un oscillatore armonico unidimensionale di massa m e frequenza ω è perturbato da un termine

$$V = -\lambda(a + a^\dagger)$$

- Il termine perturbativo V commuta con l'energia potenziale imperturbata?
- Il termine perturbativo V commuta con l'Hamiltoniano imperturbato?
- Determinare le correzioni al primo ordine ed al secondo ordine dei livelli imperturbati $E_n^{(0)}$.
- (opzionale) Confrontare il risultato ottenuto con la soluzione esatta del problema.

Possiamo esprimere il potenziale di perturbazione tramite l'operatore posizione x , possiamo quindi riconoscere l'Hamiltoniano di un oscillatore armonico la cui posizione di riposo non è più $x = 0$...

- 3) Due particelle non interagenti di massa M sono vincolate a muoversi su una circonferenza di raggio R

- Quali sono le quantità conservate nel problema?
- Se esse si trovano nello stato di minima energia quale è questa energia nel caso che esse siano distinguibili?
- Se esse sono invece fermioni di spin $1/2$ quale è questa energia?

Per due sistemi non interagenti le quantità conservate possono ricavarsi da quelle conse per ogni singolo sistema...

- 4) Tre bosoni identici a spin zero possono muoversi su una retta e sono descritti dalla funzione d'onda $\Psi(x_1, x_2, x_3) = A \exp(-\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}{2\sigma^2})$ dove, A e σ sono delle costanti.

- Nota σ , determinare l'espressione della costante A .
- Determinare la probabilità di trovare le tre particelle sulla semiretta $x > 0$.
- Determinare la probabilità di trovare una delle tre particelle sulla semiretta $x > 0$ e le altre due sulla semiretta $x < 0$.

La funzione d'onda è il prodotto delle funzioni d'onda gaussiane ogniuna relativa ad una diversa coordinata. Per l'ultimo quesito bisogna porre attenzione al fatto che, essendo particelle identiche, non si specifica quale delle tre debba trovarsi nella semiretta $x < 0$.

- 5) Un sistema di spin $1/2$ si trova inizialmente con lo spin allineato lungo la direzione positiva dell'asse z . Viene effettuata una misura dello spin nella direzione $\hat{u}$ formante un angolo $\theta = 30^\circ$ con l'asse z . Successivamente si misura di nuovo la componente z .

- Con quali probabilità si osserveranno i valori $+\hbar/2$ e $-\hbar/2$?

Senza perdere di generalità possiamo considerare il versore $\hat{u}$ come giacente sul piano x, z . Nel calcolo delle probabilità richiesto dovremmo porre attenzione al fatto che abbiamo due misure in cascata quindi la probabilità per ogni evento possibile deve essere calcolata tenendo conto delle probabilità in ogniuna delle due misure.