

Corso di laurea in Fisica I Parziale di Istituzioni di Fisica Teorica on-line 30 Novembre 2020

studente/ssa:
matricola:

1) L'Hamiltoniano di un sistema può rappresentarsi come: $H = \begin{pmatrix} 0 & \epsilon \\ \epsilon & 0 \end{pmatrix}$ con $\epsilon > 0$. Nella stessa base

un osservabile A si scrive come $A = \begin{pmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{pmatrix}$ con $a_{1,2}$ valori reali.

- Le due grandezze sono compatibili?
 - Scrivere esplicitamente lo stato normalizzato più generale possibile. Di quanti parametri si ha bisogno per caratterizzare tale stato?
 - Se al tempo $t = 0$ misuro l'energia su questo stato quali valori posso ottenere e con che probabilità.
 - Se invece di misurare l'energia al tempo zero la misuro al tempo $t > 0$ quali valori posso ottenere e con che probabilità.
 - Se misuro l'energia al tempo $t = 0$ ottenendo il valore ϵ e immediatamente dopo la grandezza A che valori posso ottenere e con che probabilità?
- 2) Una particella di massa m è confinata nel segmento $[-a, a]$. Una misura di energia può fornire con uguale probabilità i soli valori $\hbar^2\pi^2/2mL^2$ o $9\hbar^2\pi^2/2mL^2$ con $L = 2a$.
- Determinare tutti gli stati $|\psi\rangle$ compatibili con le informazioni date.
 - Determinare su questi stati il valore di $\langle\psi|x|\psi\rangle$ e discutere il risultato.
 - Scrivere esplicitamente l'evoluzione temporale degli stati in esame ed $\langle x(t)\rangle$

3) Gli operatori A e B sono definiti da

$$A = a^{\dagger 2} + a^2$$

$$B = i(a^{\dagger 2} - a^2)$$

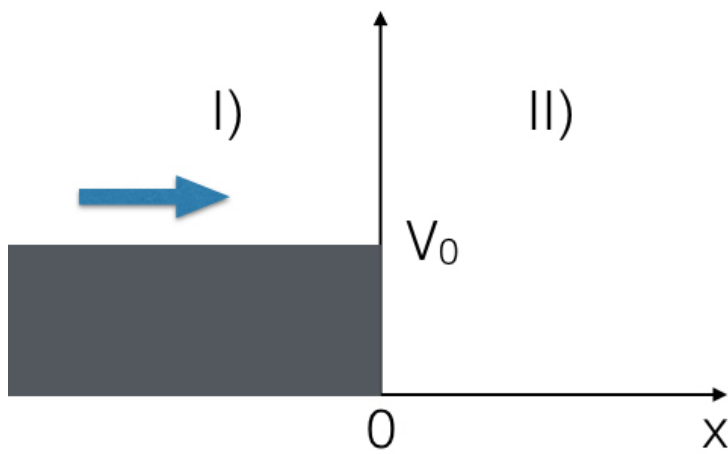
con a e $a^\dagger$ operatori di creazione e distruzione di un oscillatore armonico.

- Mostrare che i due operatori sono hermitiani
- Stimare su di un generico autostato dell'oscillatore armonico $|n\rangle$ il minimo valore della quantità

$$\sqrt{\langle \Delta A^2 \rangle \langle \Delta B^2 \rangle}$$

dove $\langle \Delta A^2 \rangle = \langle (A - \langle A \rangle)^2 \rangle$ e $\langle \Delta B^2 \rangle = \langle (B - \langle B \rangle)^2 \rangle$

- 4) Un fascio unidimensionale di particelle provenendo da sinistra si muove su di un potenziale a gradino come in figura.
- Determinare la forma della funzione d'onda nelle regioni I) e II) in funzione della energia della particella.
 - Determinare il coefficiente di trasmissione e riflessione in funzione della energia della particella.



- 5) Se due stati sono ortogonali al tempo $t = 0$ lo saranno anche al tempo $t > 0$? Discutere e giustificare il risultato.