Corso di laurea in Fisica
I Parziale di Istituzioni di Fisica Teorica
on-line 30 Novembre 2020

studente/ssa:
matricola:

1) L'Hamiltoniano di un sistema può rappresentarsi come: $H = \begin{pmatrix} 0 & \epsilon \\ \epsilon & 0 \end{pmatrix}$ con $\epsilon > 0$. Nella stessa base un osservabile A si scrive come $A = \begin{pmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{pmatrix}$ con $a_{1,2}$ valori reali.

   - Le due grandezze sono compatibili?

   - Scrivere esplicitamente lo stato normalizzato più generale possibile. Di quanti parametri si ha bisogno per caratterizzare tale stato?

   - Se al tempo $t = 0$ misuro l'energia su questo stato quali valori posso ottenere e con che probabilità.

   - Se invece di misurare l'energia al tempo zero la misuro al tempo $t > 0$ quali valori posso ottenere e con che probabilità.

   - Se misuro l'energia al tempo $t = 0$ ottenendo il valore ϵ e immediatamente dopo la grandezza A che valori posso ottenere e con che probabilità?

Si può notare come H ed A in generale non sono misurabili contemporaneamente poichè non commutano eccetto nel caso banale in cui $a_1 = a_2$. Lo stato generico è lo stato di un sistema a due livelli e quindi tenendo conto della normalizzazione ed eliminando una fase overall... Se si esprime lo stato nella base in cui sono scritti gli operatori questa non è la base di H ma gli autostati di H si determinano facilmente come combinationi delgi stati di base.

2) Una particella di massa m è confinata nel segmento $[-a, a]$. Una misura di energia può fornire con uguale probabilità i soli valori $\hbar^2\pi^2/2mL^2$ o $9\hbar^2\pi^2/2mL^2$ con $L = 2a$.

   - Determinare tutti gli stati $|\psi\rangle$ compatibili con le informazioni date.

   - Determinare su questi stati il valore di $\langle\psi|x|\psi\rangle$ e discutere il risultato.

   - Scrivere esplicitamente l'evoluzione temporale degli stati in esame ed $\langle x(t)\rangle$

La funzione d'onda è la combinazione lineare di due autostati che hanno la stessa parità rispetto a $x = 0$ quindi lo stato ha una parità definita...

3) Gli operatori A e B sono definiti da

$$A = a^{\dagger 2} + a^2$$

$$B = i(a^{\dagger 2} - a^2)$$

con a e $a^\dagger$ operatori di creazione e distruzione di un oscillatore armonico.

- Mostrare che i due operatori sono hermitiani

- Stimare su di un generico autostato dell'oscillatore armonico $|n>$ il minimo valore della quantità

$$\sqrt{<\Delta A^2><\Delta B^2>}$$

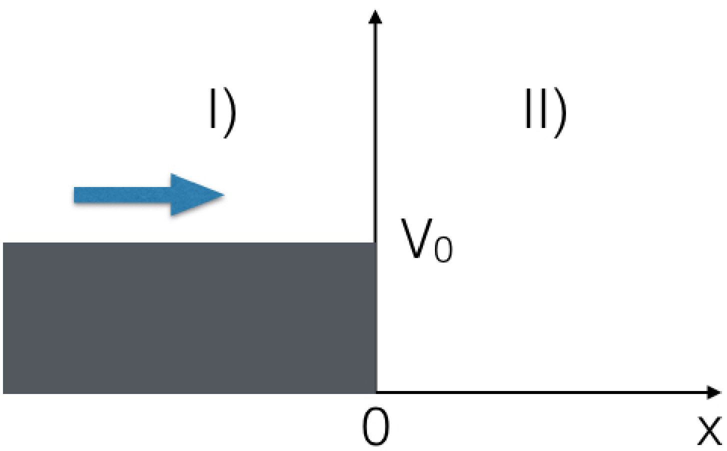
dove $<\Delta A^2>=<(A-<A>)^2>$ e $<\Delta B^2>=<(B-<B>)^2>$

`Il prodotto di indeterminazione è sicuramente maggiore di qualcosa che si può valutare in media su un generico autostato dell'oscillatore armonico. In alternativa si possono calcola` `direttamente le medie` $<\Delta A^2>$, $<\Delta B^2>$ `su un autostato. Il calcolo puo anche esere effettua` `esprimento` A `e` B `tramite gli operatori posizione ed impulso.`

4) Un fascio unidimensionale di particelle provenendo da sinistra si muove su di un potenziale a gradino come in figura.

- Determinare la forma della funzione d'onda nelle regioni I) e II) in funzione della energia della particella.

- Determinare il coefficiente di trasmissione e riflessione in funzione della energia della particella.



`Il calcolo presume che la particella abbia energia` $E > V_0$. `Le correnti nelle due zono posso` `calcolarsi considerando onde piane con differente numero d'onda e raccordando le soluzioni..`

5) Se due stati sono ortogonali al tempo $t = 0$ lo saranno anche al tempo $t > 0$? Discutere e giustificare il risultato.

`Si consideri l'evoluzione temporale di uno stato in maniera generica...`