

Corso di laurea in Fisica II Parziale di Istituzioni di Fisica Teorica 20 Dicembre 2024

studente/ssa:
matricola:

1) Si consideri il seguente Hamiltoniano

$$H = \hbar\omega_0(a^\dagger a + \frac{1}{2}) - \lambda((a^\dagger)^2 + a^2),$$

con λ reale e positivo.

- Considerando il termine proporzionale a λ come perturbazione, determinare la correzione agli autovalori al primo e secondo ordine perturbativo.

2) Due rotatori liberi hanno Hamiltoniano

$$H = \frac{L_1^2}{2I_1} + \frac{L_2^2}{2I_2}$$

dove I_1, I_2 sono i momenti di inerzia ed $L_{1,2}^2$ i quadrati dei momenti angolari dei rotatori.

- l'Hamiltoniano commuta con la componente zeta del momento angolare *totale* L_z ?

- l'Hamiltoniano commuta con la il modulo quadro del momento angolare *totale* L^2 ?

- Determinare l'energia e la degenerazione dello stato fondamentale e del primo stato eccitato

3) Un atomo di idrogeno è descritto dalla Hamiltoniana

$$H = H_G(\mathbf{P}) + H_r(\mathbf{p}, \mathbf{r})$$

dove H_G è l'Hamiltoniano del baricentro e H_r l'Hamiltoniano delle coordinate relative.

- Scrivere H_G ed H_r .

- Quali sono le quantità conservate?

- Quale è l'insieme completo di osservabili commutanti che descrive il problema?

Se ad H viene aggiunto il termine

$$V = -g\mathbf{L} \cdot \mathbf{s}$$

Dove $\mathbf{L}$ è il momento angolare orbitale ed $\mathbf{s}$ è lo spin elettronico,

- Quale è l'insieme completo di osservabili commutanti che descrive il problema?

4) Una particella di massa m è confinata nella seguente regione bidimensionale

$$-L_1/2 < x < L_1/2, \quad -L_2/2 < y < L_2/2.$$

avendo $L_1 > L_2$.

- Si determini lo stato con energia minima e si determinino le densità di probabilità:

a) di trovare la particella con un dato valore di y ;

b) di trovare la particella con un dato valore di x

- 5) Un sistema di spin $1/2$ si trova inizialmente con lo spin allineato lungo la direzione positiva dell'asse z . Viene effettuata una misura dello spin nella direzione $\hat{u}$ formante un angolo $\theta = 30^\circ$ con l'asse z . Successivamente si misura di nuovo la componente z .
- Con quali probabilità si osserveranno i valori $+\hbar/2$ e $-\hbar/2$?