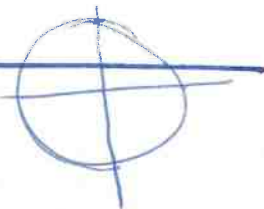


$$\frac{1}{2}(1 \pm \cos \alpha) = \frac{1}{2} \quad \cos \alpha = 0$$



$$\alpha = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

Teorema risposta lineare (non homog)

Consideriamo un sistema (quadrato)
per cui un campo scalare λ accoppia con
un operatore in un termine di interazione

$$\hat{V} = - \int d^d x \underbrace{\hat{\rho}(x, t)}_{\substack{\text{operatore} \\ \text{del sistema} \\ \text{coniugato con } \lambda}} \underbrace{\delta \lambda(x)}_{\substack{\text{campo scalare, piccolo} \\ \text{esterno}}}$$

esempio un campo che si accoppia con la
densità

$$\hat{V} = - \int d^d x \hat{\psi}^\dagger(x, t) \overset{\text{scalare}}{\delta \lambda(x)} \hat{\psi}(x, t)$$

Consideriamo campi statici ma dipendenti del sito

Dalla teoria delle perturbazioni si trova

$$\text{se considero } \hat{O} = \hat{\rho}(y) \text{ indutt}$$

$$\langle \hat{\rho}(y) \rangle - \langle \hat{\rho}(y) \rangle_0 = - \int_0^\beta d\tau [\langle \hat{V}_I(\tau) \hat{\rho}(y) \rangle_0 - \langle \hat{V}_I(\tau) \rangle_0 \langle \hat{\rho}(y) \rangle_0]$$

$$\langle \hat{V}_I(z) \hat{\rho}(y) \rangle = - \int dx \delta\lambda(x) \langle \hat{\rho}_I(x, z) \hat{\rho}(y) \rangle$$

$$\langle \hat{\rho}(y) \rangle - \langle \hat{\rho}(y) \rangle_0 = + \int dx \delta\lambda(x) \int_0^\beta dz [\langle \hat{\rho}_I(x, z) \hat{\rho}(y) \rangle_0 - \langle \hat{\rho}_I(x, z) \rangle_0 \langle \hat{\rho}(y) \rangle_0]$$

adesso consideriamo il 1° membro per una variazione generica $\delta\lambda(x)$ possiamo scrivere

$$\langle \hat{\rho}(y) \rangle = \langle \hat{\rho}(y) \rangle_0 + \underbrace{\int dx \left[\frac{\delta \langle \hat{\rho}(y) \rangle}{\delta \lambda(x)} \right]}_{\text{derivata funzionale}} \delta\lambda(x) + \mathcal{O}(\delta\lambda^2)$$

che è analoga a

$$f(\{x_i + \varepsilon_i\}) = f(\{x_i\}) + \sum_j \frac{\partial f}{\partial x_j} \varepsilon_j + \mathcal{O}(\varepsilon^2)$$

nel continuo associato all'indice continuo y la sua discretizzazione y

Quindi per $\boxed{\forall \delta\lambda} \leftarrow !!$

$$\int dx \left[\frac{\delta \langle \hat{\rho}(y) \rangle}{\delta \lambda(x)} \right] \delta\lambda(x) = + \int dx \left[\int_0^\beta dz \langle \hat{\rho}_I(x, z) \hat{\rho}(y) \rangle_0 - \langle \hat{\rho}_I(x, z) \rangle_0 \langle \hat{\rho}(y) \rangle_0 \right] \delta\lambda$$

questo vale in maniera forte

$$\underbrace{\left[\frac{\delta \langle \hat{\rho}(y) \rangle}{\delta \lambda(x)} \right]}_{\text{risposta}} = + \int_0^\beta dz \underbrace{\left[\langle \hat{\rho}_I(x, z) \hat{\rho}(y, 0) \rangle_0 - \langle \hat{\rho}_I(x, z) \rangle_0 \langle \hat{\rho}(y, 0) \rangle_0 \right]}_{\text{correlazione}}$$

in regime di Risposta lineare con
nel limite di campi fortissimi nulli

$$\chi(x, y) = \left[\frac{\delta \langle \hat{p}(y) \rangle}{\delta \lambda(x)} \right]_0 \leftarrow \text{in assenza di forze!}$$

$$C(x, y, z) = \langle \hat{p}_I(x, z) \hat{p}(y, 0) \rangle_0 - \langle \hat{p}_I(x, z) \rangle_0 \langle \hat{p}(y, 0) \rangle_0$$

$$\chi(x, y) = + \int_0^\beta dz G(x, y, z)$$

dove lo stato $\hat{p}(y) = \hat{p}(y, 0) = [e^{zH_0} \hat{p}(y) e^{-zH_0}]_{z=0}$

limite classico

nel limite classico possiamo considerare gli operatori
come commutanti per cui $\hat{p}_I(x, z) = e^{zH_0} \hat{p}(y) e^{-zH_0} \approx \hat{p}(y)$

in questo limite $C(x, y, z)$ è indipendente da z .

Tale limite coincide con quello di alta temperatura $\beta \rightarrow 0$

$$\boxed{\chi(x, y) = \beta C(x, y)} \leftarrow \text{relaxer classico}$$

in un sistema invariante per traslazione la risposta
di Fourier di questo relaxer è

$$\boxed{\chi(\vec{k}) = \beta G(\vec{k})}$$

risposta statica o termodynamica è quello a $\vec{k} = 0$

$$\chi(\vec{k}) = \int d\vec{r} e^{-i\vec{k}\vec{r}} \chi(\vec{r}) =$$

$$\langle \kappa | \chi \rangle = \int dx \langle \kappa | x \rangle \langle x | \chi \rangle$$