

STATO FONDAMENTALE DI UN SIST DI PARTICOLARI LIBERI (SUPERFL vs BEC)

Stato fondam. ~~popolato~~ macroscopicamente
 $\Rightarrow \mu$ fix a E_0 dunque stati con occupazione diversa sono degeneri!

$$\hat{H} - \mu \hat{N} |m_0, m_1, m_2 \dots m_k \dots\rangle = \left[\sum_{k>0} (E_k - \mu) n_k \right] |m_0, \{n_k\}\rangle$$

$$\hat{H} - \mu \hat{N} |m_0, \{n_k\}\rangle = \left[\sum_{k>0} (E_k - \mu) n_k \right] |m_0, \{n_k\}\rangle$$

Se le configurazioni degli stati eccitati sono identiche!

Una comb. lin. è ancora auto stato di $\hat{H} - \mu \hat{N}$ ma non è auto stato di $\hat{N}$

$$|4\rangle = a |m_0, \{n_k\}\rangle + b |m_0, \{n_k\}\rangle$$

stessa config

$$\hat{N} |4\rangle = a \left[m_0 + \sum_{k>0} n_k \right] |m_0, \{n_k\}\rangle + b \left[m_0 + \sum_{k>0} n_k \right] |m_0, \{n_k\}\rangle$$

se n_0 e m_0 non sono termodinamici allora $|4\rangle$ è anche quasi auto stato di $\hat{N}$ ma se n_0 ed $m_0 \sim N$ allora no!

Posto

$$\sum_{k>0} n_k = Nn \quad \# \text{ particelle negli stati eccitati}$$

$$\langle \psi | \hat{N} | \psi \rangle = |a|^2 (n_0 + N_m) + |b|^2 (m_0 + N_m)$$

$$\hat{N}^2 | \psi \rangle = a (m_0 + N_m)^2 | m_0 \{ n_k \} \rangle + b (m_0 + N_m)^2 | m_0 \{ n_k \} \rangle$$

$$\langle \psi | \hat{N}^2 | \psi \rangle = |a|^2 (m_0 + N_m)^2 + |b|^2 (m_0 + N_m)^2$$

$$\langle \psi | \hat{N}^2 | \psi \rangle - \langle \psi | \hat{N} | \psi \rangle^2 = |a|^2 (m_0 + N_m)^2 + |b|^2 (m_0 + N_m)^2 -$$

$$- |a|^4 (m_0 + N_m)^2 - |b|^4 (m_0 + N_m)^2 - 2|a|^2 |b|^2 (m_0 + N_m)(m_0 + N_m)$$

$$= (|a|^2 - |a|^4) (m_0 + N_m)^2 + (|b|^2 - |b|^4) (m_0 + N_m)^2 -$$

$$- 2|a|^2 |b|^2 (m_0 + N_m)(m_0 + N_m)$$

$$a^2 (1 - a^2) = a^2 b^2$$

$$b^2 (1 - b^2) = (1 - a^2) a^2 \quad \text{po la normalização}$$

$$= |a|^2 \cancel{|b|^2} [(m_0 + N_m)^2 + (m_0 + N_m)^2] - 2|a|^2 |b|^2 (m_0 + N_m)(m_0 + N_m)$$

$$= |a|^2 |b|^2 [m_0 + \cancel{N_m} - m_0 - \cancel{N_m}]^2$$

$$\langle \psi | \hat{N}^2 | \psi \rangle = |a|^2 |b|^2 (m_0 - m_0)^2$$

se m_0 e m_0 são do ordem N a hora que a flutuação
nem são pra ele termos no centro

$$\langle \psi | \hat{N} | \psi \rangle = (\langle n_0 | a^{\dagger} + \langle m_0 | b^{\dagger}) a^{\dagger} (a | n_0 \rangle + b | m_0 \rangle)$$

$$N = |a|^2 n_0 + |b|^2 m_0$$

Se mi diverto a mettere le perturbazioni in questo stato ho un nuovo tipo di stato condensato che posso ottenere partendo da presenza di un campo di rottura di simmetria e ri muovendolo - In presenza del campo

$$\lambda \nabla N (a_{k=0} + a_{k=0}^{\dagger}) = H_{RSB}$$

$$[H + H_{RSB}, N] \neq 0$$

gli autostati di $H + H_{RSB}$ sono stati sovrapposti

$$|\phi\rangle = e^{-\alpha^2/2} \sum_{n_0} \frac{\alpha^{n_0}}{\sqrt{n_0!}} |n_0\rangle \quad |n_0\rangle = \frac{(a_{k=0}^{\dagger})^{n_0}}{\sqrt{n_0!}} |0\rangle$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{N} \lambda}{\epsilon_0 - \mu(\lambda)} \text{ in presenza di } \lambda!$$

$$\left(\frac{N}{V} \right)_0 = \langle \phi |$$

In presenza di questo campo l'energia E ha una risulta degenera per $\lambda \geq 0$ con qualche dato stato n macroscopicamente occupato

$$\underbrace{\epsilon_0 a_0^\dagger a_0 - \mu a_0^\dagger a_0 + \lambda \sqrt{N} (a_0 + a_0^\dagger)}_{\text{oscillatore armonico spostato}} + H_{k>0} = \hat{H} - \mu \hat{N}$$

oscillatore
armonico spostato

$$\omega_0 a^\dagger a - g(a + a^\dagger) = H$$

$$|\phi\rangle = e^{-\frac{\alpha^2}{2}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\alpha^m}{\sqrt{m!}} |m\rangle \quad \alpha = g/\omega_0$$

$$\hat{H} - \mu \hat{N} = [H_0 - \mu N_0 + \lambda \sqrt{N} (a_0 + a_0^\dagger)] + \underbrace{H_{k>0} - \mu N_{k>0}}_{K_{k>0}}$$

$$\boxed{\alpha = - \frac{\lambda \sqrt{N}}{\epsilon_0 - \mu(\lambda)}}$$

per $\lambda \neq 0$ $\mu \neq \epsilon_0$ ed infatti $\mu < \epsilon_0$

per piccolo λ

ipotesi risposta lineare

$$\mu = \mu_0 + \mu_1 \lambda + \mathcal{O}(\lambda^2) \quad \text{con } \mu_0 = \epsilon_0 \text{ per } T < T_{BE}$$

$$\alpha = - \frac{\lambda \sqrt{N}}{\mu_1 \lambda} = - \frac{\sqrt{N}}{\mu_1} \text{ indep } \lambda \Rightarrow \text{retta spostata non}$$

Nello stato $|\phi\rangle$ c'è # medio n_0 e

$$n_0 = \langle \phi | \hat{N}_0 | \phi \rangle = \langle \phi | a_0^\dagger a_0 | \phi \rangle = \alpha^2 = \frac{N}{\mu_1^2} \text{ ordine } N$$

Questo perché ho posto il campo di rotazione di spin perpendicolare a N e con questo ho selezionato una particolare comp. lin. di stati come autostato harm per $\lambda \rightarrow 0$