

CRITERIO DI GINSBURG

nel modello di Ising posso calcolare
la risposta a un campo ext dipendente dal sito

$$m_i = \tanh[\beta(\sum_j J_{ij} m_j + h_i)]$$

~~$$X_{ij}$$~~
$$X_{ij} = \frac{\partial m_i}{\partial h_j}$$

$$X_{ij} = \frac{1}{ch^2(m)} \beta(\sum_k J_{ik} X_{kj} + \delta_{ij})$$

nel limite di h costante m è indep. da i
ed lo anche

$$\frac{1}{ch^2 x} = 1 - \tanh^2(x) \text{ per } x \rightarrow \infty$$

$$X_{ij} = (1 - m^2) \beta[\sum_k J_{ik} X_{kj} + \delta_{ij}]$$

per h costante e' hame invarianza reticolo

$$X_{ij} = X(r_i - r_j) = X(r)$$

$$X(r) = (1 - m^2) \beta[\sum_{r'} J(r-r') X(r') + \delta_r]$$

trasfo Fourier Reticolo

$$X(k) = (1 - m^2) \beta[J(k) X(k) + 1]$$

$$\sum_{r'} J(r-r') X(r') = \sum_{\delta} J(\delta) X(r+\delta) = J$$

$$\tilde{f}(k) = \frac{1}{N} \sum_{\vec{r}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} f(\vec{r})$$

$$f(\vec{r}) = \sum_{\vec{k}} e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} \tilde{f}(\vec{k})$$

$$\chi(k) = \beta \frac{1-m^2}{1-(1-m^2)\beta J(k)}$$

$$J(k) = \sum_{\delta} e^{i\vec{k}\cdot\vec{\delta}}$$

$$J(k) = \sum_{\vec{k}} \cos \vec{k} \cdot \vec{\delta}$$

per piccolo k torna l'espressione di Landau

$$\chi(k) = \beta \frac{1-m^2}{1-(1-m^2)\beta J \left[1 - \frac{a^2 k^2}{2}\right]} = \frac{\chi_0}{1 + (\xi k)^2}$$

$$\chi_0 = \beta \frac{1-m^2}{1-(1-m^2)\beta J}$$

$$\xi^2 = \frac{(1-m^2)\beta J a^2}{1-(1-m^2)\beta J}$$

per $T \rightarrow T_c$ $\chi_0 \sim \frac{1}{|T-T_c|}$ $\xi^2 \sim \frac{1}{|T-T_c|}$ *ortstein-zurich*

se uno si ostina a calcolare la f di correlazione
teoria dei campi medio ha

$$\langle \sigma_i \sigma_j \rangle_{\text{eff}} = \delta_{ij} + (1-\delta_{ij}) m_i m_j \quad \text{perché } \sigma_i^2 = 1$$

$$\begin{aligned} \langle \sigma_i \sigma_j \rangle - m_i m_j &= (1-\delta_{ij}) m_i m_j + \delta_{ij} - m_i m_j \\ &= (1-m^2) \delta_{ij} \end{aligned}$$

$$C(r) = (1-m^2) \delta_r \quad \text{in contrasto con FDT per cui}$$

$$\chi(r) = \beta C(r)$$

però non c'è la relazione FDT dove volere
anche nella teoria approssimata.

stimiamo la correlazione con le risposte in campo medio

l'azione di campo medio ha altre forme

$$\frac{1}{\beta} \chi(R) \text{ per } R \neq 0 \rightarrow 0$$

e decadi come ordine di grandezza

$$\frac{\langle \sigma_i \sigma_j \rangle - \langle \sigma_i \rangle \langle \sigma_j \rangle}{\langle \sigma_i \rangle \langle \sigma_j \rangle} \ll 1$$

$$\boxed{\frac{1}{\beta} \frac{\chi(R)}{m^2} \ll 1 \text{ per } R > 0}$$

stimiamo $\chi(R)$ per $R \gg a$ (passo ret) ed $R \ll E$
 E lung. di correl.

$$\chi(R) = \underbrace{\frac{a^d}{(2\pi)^d} \int_0^{1/E} d^d k e^{ikR} \chi_0(R)}_{\substack{\text{approssimo} \\ R \text{ come var continua} \\ \text{e } \chi_0 \text{ valore asintotico} \\ \text{per } R \rightarrow 0}} + \underbrace{\frac{1}{N} \sum_k \chi_0(k) e^{ikR}}_{\substack{\text{mitenzola} \\ \text{discretizzazione} \\ \text{su } k \text{ grossi e } \\ \text{approssimo } \chi(k) \text{ per} \\ \text{ } k \rightarrow \infty}} e^{ikR} \quad \begin{matrix} * \\ \text{vedi} \\ \text{dopo} \end{matrix} \rightarrow$$

$$\text{per } k \rightarrow \infty \quad \chi_0(k) = \sum_R \underbrace{e^{-ikR} \chi(R)}_{\beta (1-m^2) \delta_R} \simeq \beta (1-m^2)$$

$$\chi(R) = \frac{a^d}{(2\pi)^d} \int_0^{1/E} d^d k e^{ikR} \chi_0(R) + \underbrace{\frac{\beta (1-m^2)}{N} \sum_k e^{ikR}}_{\text{per } R \neq 0 \text{ è trascurabile}}$$

$$\frac{\chi(R)}{\beta m^2} \approx \frac{\chi_0}{\beta m^2} \frac{a^d}{(2\pi)^d} \int d^d k \frac{1}{1 + (\epsilon k)^2} e^{i k R}$$

~~adimensionalizzato~~

adimensionalizzato ha

$$\frac{1}{\epsilon^d} \int d^d k \frac{1}{1 + (\epsilon k)^2} e^{i k \epsilon (R/\epsilon)} = \frac{1}{\epsilon^d} \int d^d x \frac{1}{1 + x^2} e^{i \vec{x} \cdot (R/\epsilon)}$$

per $R \gg a$ ma $R \ll \epsilon$ sviluppi all'ordine zero *
vedi dopo $\rightarrow$

$$\frac{\chi(R)}{\beta m^2} \approx \frac{\chi_0}{\beta m^2} \frac{a^d}{(2\pi)^d} \frac{1}{\epsilon^d} \int_0^1 dx \frac{x^{d-1}}{1+x^2} \ll 1$$

esprimiamo tutto tramite ϵ

$$\chi_0 \sim \frac{1}{|T - T_c|} \quad m^2 \sim |T - T_c| \quad \epsilon^2 \sim \frac{1}{|T - T_c|}$$

dunque

$$\chi_0 \sim \epsilon^2 \quad m^2 \sim 1/\epsilon^2$$

per $\epsilon \rightarrow \infty$ ha

$$\chi_0 \sim \frac{1}{\epsilon^2} \epsilon^d \ll \text{const}$$

$$\epsilon^{d-4} \gg \text{const}$$

$$d > 4$$

vicino al pericritico gli andamenti
sono giusti per $d > 4$ ma non è
detto che T_c è indipendente per $d > 4$!!!

$$\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}} \frac{\chi_0}{1 + (\vec{\epsilon} k)^2} = \chi(k)$$

* nota

Λ cut off per k "grossi" $\Lambda \sim 1/a$
infatti lo sviluppo per

$$J(k) = 2J \sum_{\alpha} \cos(k_{\alpha} a) = JZ - Ja^2 k^2$$

Vale per $|k_{\alpha} a| \ll 1$

$\Lambda \vec{\epsilon} = \vec{\epsilon}/a$ per $\vec{\epsilon} \rightarrow \infty$ va all' ∞ !

$$\chi(R) = \int_0^{\Lambda} = \int_0^{1/\epsilon_1} + \left(\int_{1/\epsilon_1}^{\Lambda} \right)$$

parte ultravioletta
regolarizzata
dal reticolo

$$a^d \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}} \frac{\chi_0}{1 + (\vec{\epsilon} k)^2}$$

parte
infrarossa

è una somma
perché non si può
trascurare la
discretizzazione
inoltre qui bisogna
mettere tutta la $J(k)$
e non solo lo sviluppo

$$\chi(R) = \chi_0 \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} a^d \frac{1}{1 + (\vec{\epsilon} k)^2} + \frac{1}{N} \sum_{\vec{k}} \frac{\chi_{\infty}(k)}{1/\epsilon_1} e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}}$$

per $k \rightarrow \infty$ appross

$$\chi_{\infty}(k) = \sum_{\vec{R}} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{R}} \chi_{loc}(R) \approx \beta(1-m^2) \text{ costante}$$

calcolata in c.m.

a $R \neq 0$
è trascurabile