

FLUTTUAZIONI GAUSSIANE

Abstrazione dinostato che

t.c.m $\leftrightarrow$ linearitt. hamiltoniana

Dunque

$$Z = \text{tr} e^{-\beta H} = \text{tr} e^{-\beta [H^{(0)} + \cancel{\mathcal{O}(\sigma-m)^2}]} = e^{-\beta \Psi}$$

Se includiamo le fluttuazioni abbiamo

$$H = H^{(0)} + \Delta H^{(2)} + \dots$$

$$Z = \text{tr} e^{-\beta (H^{(0)} + \Delta H^{(2)} + \mathcal{O}(\sigma-m^3))} = e^{-\beta \Psi} \langle e^{-\beta \Delta H^{(2)}} \rangle_{(1)}$$

esprimiamo adesso la traccia nelle fluttuazioni
e occupiamo delle sole fluttuazioni per $k \rightarrow 0$

★ quindi posso fare un modello gaussiano

$$H = a(m + \delta\varphi)^2 + b(m + \delta\varphi)^4 + c(\nabla(m + \delta\varphi))^2$$

me è determinate da una condizione di minimo

e quindi i termini lineari in $\delta\varphi$ sono nulli

$$H^{(2)} = H[m] + \int [a \delta\varphi^2 + c(\nabla\delta\varphi)^2 + 6bm^2\delta\varphi^2] d^d x$$

traccia sulle fluttuazioni e non sui valori medi

è questa traccia che mi impone il minimo!!

$$\langle e^{-\beta \Delta H^{(2)}} \rangle_{(1)} = \text{tr}_{\{\delta\varphi\}} e^{-\Delta H^{(2)}/\beta}$$

in generale se considero l'energia E here
come il potenziale di Landau nel nuovo

$F = \Psi(\bar{m})$ integrato da campo medio

posso immaginare da ammette fluttuazioni
per cui ho delle prob di avere certe fluttuazioni
macroscopiche $q \geq 0$ e

$$e^{-\beta [\Psi(\bar{m} + \delta\varphi)]} = e^{-\beta \Psi[\bar{m}]} e^{-\frac{\beta}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \bar{m}^2} \delta\varphi^2}$$

e la funzione di partizione Z a trecciarob sulle
fluttuazioni $\delta\varphi$. Per cui ho 2 step

$H[\sigma]$

↓ coarse grain

$\Psi[\varphi]$ valido solo per $q \rightarrow 0$

↓ gauge

(contiene termini
entropici !!)

$$Z = \text{tr}_{\{\delta\varphi\}} e^{-\beta \Psi}$$

$$\text{de } T > T_c$$

$$H_{\text{gaux}}[\varphi] = \left[\frac{a}{V} \varphi_k \varphi_{-k} + \frac{b}{V^3} \varphi_k \varphi_{-k} \varphi_{-k+q} \varphi_{k+q} + \frac{e}{V} k^2 \varphi_k \varphi_{-k} \right]$$

Symmetry breaking

$$- \sum_k h_k \varphi_k$$

alternatively

$$T < T_c$$

$$a \rightarrow a + 6bm^2$$