

CARATTERISTICHE DELL'APPROX QMIX

- * Sono fermene piccole fluttuazioni del parametro d'ordine
- * La teoria a scala si scala come $\mathbb{Z}t^*$ per $t = T - T_c \leq t^*$ (FLUTTUAZIONI DEL PAR ORDINE SUPERNO O EGUALANDO IL SUO VALORE MEDIO)
- * La teoria perturbativa modifica l'indice critico della risposta in temperatura portando ad una DIVERGENZA DI DUE DIMENSIONI:

$$d_{\text{eff}} = d'_{\text{eff}} = 2 - d/2$$

$$C_{\text{max}} \sim \frac{1}{|t|^\alpha}$$

- * La teoria perturbativa porta ad una DIPENDENZA da N° DI COMPONENTI per $m \geq 2$ e $d \leq 2$ NON SI HANNO TRANSFASSE.

SISTEMA	MODELLO	d	m	α		β		γ	
				CLASS	VERO	CLASS	VERO	CLASS	VERO
	ISING	2	1	Odsc	0log	1/2	1/8	1	7/4
FERROMAGN. UNIASIALE	ISING	3	1	Odsc.	0.0-0.05 0.06	1/2	0.513	1	4.25 4.51
	X-Y	2	2	Odsc.	NO	1/2		1	
	X-Y	3	2	Odsc.	NO	1/2		1	
FERROMAGN. ISOTROPO	HEISENBERG	3	3	Odsc	NO	1/2	0.33	1	1.33

INTEGRALE SU CAMMINI PER IL MODELLO DI LING -

Vediamo come è effettivamente per un modello simile
è scritta l'INTEGRALE SU CAMMINI ed è come si è
effettivamente possibile scrivere

$$Z[\phi] = \int \delta\phi e^{-H[\phi]}$$

A questo proposito si DEVE CAMBIARE NOTAZIONE
e in libreria viene ad essere

VECCHIA NOTAZIONE

$$F = -\frac{1}{\beta} \ln Z$$

H

NUOVA NOTAZIONE

$$F = \ln Z$$

$$H_{\text{nuovo}} = \frac{H_{\text{vecchio}}}{kT}$$

I coefficienti a b e del polinomio sono
costanti e si scrivono DIVISI per kT e anche

$$F_{\text{nuovo}} = - \int d^d x \left[\frac{a}{kT} \phi^2 + \frac{b}{kT} \phi^4 + \frac{c}{kT} (\nabla \phi)^2 \right]$$

(a, b, c) nuovi coefficienti

Senza comp ext

$$H[\{\sigma_i\}] = - \sum_{ij} J_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

Supponiamo che esista un riferimento in cui questa
risulta DIAGONALE se σ_i sono OPERATORI tra
non insieme di autofunzioni + per cui

$$H[\sigma] = \frac{1}{2} \sum_{ij} J_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

è un $\square$ in σ_j la misura statistica
qui espresse formalmente SI PUÒ USARE LA
RE INTRODUCENDO UN CAMPO GAUSSIANO:

$$e^{-\pi b^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} dz e^{-\pi z^2} e^{2\pi z b}$$

TRASFORMAZIONE DI STOKES - WICKROT

$$\exp -H[\sigma] = \prod_{\lambda} \int dz_{\lambda} e^{-\frac{1}{2} z_{\lambda}^2} \exp 2\pi z_{\lambda} \sqrt{\frac{J_{\lambda}}{2\pi}} \sigma_{\lambda}$$

Poniamo

$$\psi_{\lambda} = \sqrt{2\pi J_{\lambda}} z_{\lambda}$$

allora

$$\exp -H[\sigma] = \prod_{\lambda} \int \frac{d\psi_{\lambda}}{\sqrt{2\pi J_{\lambda}}} \underbrace{e^{-\frac{\psi_{\lambda}^2}{2J_{\lambda}}}}_{\text{CAMPO GAUSSIANO}} \exp \underbrace{\psi_{\lambda} \sigma_{\lambda}}_{\text{FORMA LINEARE}}$$

Ripassando al riferimento non canonico le differenze sono su ψ_{λ} si trasferisce dal dupl. funz. zionali. Si vuole il possibile $\psi(r)$ che corrispondono a ψ_{λ} la matrice di rotazione che diagonalizza H ha det unitario e così il suo jacobiano per ψ essendo un ψ

$$\psi(r) = \sum_{\lambda} a_{\lambda} \psi_{\lambda}$$

$$\prod_{\lambda} d\psi_{\lambda} \rightarrow d\psi(r)$$

$$\prod_{\lambda} \frac{1}{\sqrt{J_{\lambda}}} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{\det J_{\lambda}}} \text{ perché } J_{\lambda} \text{ diag. } \prod_{\lambda} J_{\lambda} = \det J_{\lambda} = \det J \text{ che è un moltiplicatore periodico.}$$

e nel campo gauss

$$\prod_{\lambda} e^{\psi_{\lambda}/2J_{\lambda}} \rightarrow e^{-\frac{1}{2} \sum_{\lambda} (J_{\lambda}^{-1}) \psi_{\lambda} \psi_{\lambda}}$$

dunque

$$e^{-H[\sigma]} = \int \frac{\delta \psi(r)}{\sqrt{\det J}} e^{-\frac{1}{2} \sum_{\lambda} J_{\lambda}^{-1} \psi_{\lambda} \psi_{\lambda}} \exp \sum_{\lambda} \psi_{\lambda} \sigma_{\lambda} + h \sigma_{\lambda} \left[\frac{1}{\sqrt{\det J}} \right]$$

riportare appunto il $\delta \psi$ EXT presente in H che dipende da $\psi(r)$ grazie alla LINEARITÀ. Il nuovo determinante $\delta \psi$ EXT ed è come se $\sigma_{\lambda} = \pm 1$

$$Z = \text{tr} e^{-\beta H} = \int \frac{\delta \psi}{\sqrt{\det J}} e^{-\frac{1}{2} \sum_{\lambda} \psi_{\lambda} J_{\lambda}^{-1} \psi_{\lambda}} \frac{1}{\pi} \text{tr} e^{\cosh(\psi_{\lambda} \sigma_{\lambda} + h \sigma_{\lambda})}$$

Si introduce ora il LAGRANGIANO dato es. per ψ e TRASFORMAZIONE LEGENDRE DI H

$$L[\psi; h] = +\frac{1}{2} \sum_{\lambda} \psi_{\lambda} J_{\lambda}^{-1} \psi_{\lambda} - \frac{1}{\pi} \text{tr} \ln 2 \cosh(\psi_{\lambda} + h)$$

LAGRANGIANO DEL CAMPO

Si è arrivati così alla espressione

$$Z[\psi; h] = \frac{1}{\sqrt{\det J}} \int \delta \psi e^{-L[\psi; h]}$$

Questa è l'espressione in forma di integrali con una condizione che ψ sia l'OPERATORE TIPO SCALARE DI ORDINE 1/2 JORDAN che è:

$$\psi = M = \langle \sigma_{\lambda} \rangle = \langle \psi(r) \rangle$$

LE VARIABILI DI CAMPO ψ SONO IL PAR. D'ORDINE:

DEMOSTRAZIONE

$$\langle \sigma_{\lambda} \rangle = \frac{\partial F}{\partial h_{\lambda}} = \frac{\partial}{\partial h_{\lambda}} \ln Z[\psi; h] = \frac{1}{Z} \frac{\partial Z[\psi; h]}{\partial h_{\lambda}}$$

$$\langle \sigma_{\lambda} \rangle = \frac{1}{Z} \frac{\partial}{\partial h_{\lambda}} \text{tr} e^{H[\sigma; h]} = \frac{1}{Z} \frac{\partial}{\partial h_{\lambda}} \int \frac{\delta \psi}{\sqrt{\det J}} e^{-L[\psi; h]}$$

$$\langle \sigma_{\lambda} \rangle = \frac{1}{Z} \int \frac{\delta \psi}{\sqrt{\det J}} e^{-\frac{1}{2} \sum_{\lambda} \psi_{\lambda} J_{\lambda}^{-1} \psi_{\lambda}} \frac{\partial}{\partial h_{\lambda}} \text{tr} e^{\sum_{\lambda} (\psi_{\lambda} + h_{\lambda}) \sigma_{\lambda}}$$

Ma σ_{λ} è conosciuta nella stessa maniera con ψ e h da

$$\frac{\partial}{\partial h_{\lambda}} \text{tr} e^{\sum_{\lambda} (\psi_{\lambda} + h_{\lambda}) \sigma_{\lambda}} = \frac{\partial}{\partial \psi_{\lambda}} e^{\sum_{\lambda} (\psi_{\lambda} + h_{\lambda}) \sigma_{\lambda}}$$

e ci permette di integrare per parti la ψ EXT.

$$\langle \sigma_i \rangle = \frac{1}{\int d\sigma} \frac{1}{Z} \int \exp -\frac{1}{2} \sum_j \psi_j J_{ij}^{-1} \psi_j \delta \text{tr} e^{\sum_j \psi_j \sigma_i + h \sigma_i} =$$

$$= \frac{1}{\int d\sigma} \frac{1}{Z} \left[\exp -\frac{1}{2} \sum_j \psi_j J_{ij}^{-1} \psi_j \cdot \text{tr} \sum_j (\psi_j + h) \sigma_i \right]_{\text{Borel}} -$$

$$+ \int (\sum_j J_{ij}^{-1} \psi_j) e^{-L[\psi, h]} \delta \psi = \langle \sum_j J_{ij}^{-1} \psi_j \rangle$$

$$\langle \sigma_i \rangle = \langle \sum_j J_{ij}^{-1} \psi_j \rangle$$

allora identificando
gli generatori microscopici

$$\langle \psi_i \rangle = \langle \sum_j J_{ij} \sigma_j \rangle$$

ψ_i = CAMPO NEL SITO i , DOLTO AVE
ALTRE PARTICELLE.

L'equazione generalizzata di London per il par
d'ordine si ottiene estremizzando il funzionale
integrando

$$Z_{\text{LANDAU}}[\psi, h] = Z[\bar{\psi}] = e^{-L[\bar{\psi}]}$$

$$\left[\frac{\delta L}{\delta \bar{\psi}} \right]_{\bar{\psi} = \bar{\psi}} = 0 \quad \text{EQUAZIONE DI LANDAU-}$$

$$L[\psi, h] = \frac{1}{2} \int dx dy \psi(x) J(x-y) \psi(y) - \int dx \ln 2 \cosh[\psi(x) + h(x)]$$

$$\left[\frac{\delta L}{\delta \bar{\psi}(x)} \right]_{\bar{\psi}} = \int dy J(x-y) \bar{\psi}(y) - \tanh[\bar{\psi}(x) + h(x)]$$

ovvero inteso discreti:

$$\sum_j J_{ij}^{-1} \bar{\psi}_j = \tanh(\bar{\psi}_i + h_i)$$

ma

$$\tanh[\bar{\psi}_i + h_i] = \frac{e^{-\bar{\psi}_i - h_i} - e^{\bar{\psi}_i + h_i}}{e^{-\bar{\psi}_i - h_i} + e^{\bar{\psi}_i + h_i}} = \frac{\text{tr} \sigma_i e^{(\bar{\psi}_i + h_i) \sigma_i}}{\text{tr} e^{(\bar{\psi}_i + h_i) \sigma_i}}$$

dalle $\tanh(\bar{\psi}_i + h_i) \in \text{UPA MEDIA}$ $\Rightarrow$ ON CAMPO
EFFICACE DI SINGOLI PARTICELLE OGGI O SUL
campo off totale

$$\tanh(\bar{\psi}_i + h_i) = \langle \sigma_i \rangle \quad \text{MEDIA EFFICACE}$$

$$H_0 = \sum_j (\bar{\psi}_j + h_j)$$

CAMPO INTEREFFICACE
IL CAMPO INTERNO EFFICACE E' IL RISULTATO
DELL'INTEGRAZIONE SULLE ALTRE PARTICELLE
E NEW APPROX DI LANDAU QUESTA E' BASTA
NELL'IPOTESI $J_{ij} = \text{cost}$ IN $i-j$ E $R_{ij} \rightarrow \infty$

Sostituendo

$$\sum_j \bar{\psi}_j J_{ij}^{-1} = \langle \sigma_i \rangle \quad \text{ovvero}$$

$$\bar{\psi}_i = \sum_j J_{ij} \langle \sigma_j \rangle$$

$$\bar{\psi}_i = \sum_j J_{ij} \tanh(\bar{\psi}_j + h_j) \quad \text{ovvero}$$

$$\langle \sigma_i \rangle = \tanh \sum_j J_{ij} \langle \sigma_j \rangle + h_i$$

dalle eq di autoconsistenza per $\bar{\psi}_i$ e $\langle \sigma_i \rangle$ si vede
che e' APPROX DI LANDAU:

$$\bar{\psi}_i = \sum_j J_{ij} \langle \sigma_j \rangle$$

e nell'approccio London ψ_i NON HA FUNZIONALITA'

$$\langle \psi_i \rangle = \frac{\int d\psi e^{-L[\psi]} \psi_i}{\int d\psi e^{-L[\psi]}} \sim \frac{e^{-L[\psi]} \bar{\psi}_i}{e^{-L[\psi]}} = \bar{\psi}_i$$

Inoltre esattamente si ha:

$$\langle \sigma_i \rangle = \frac{\text{tr} \sigma_i e^{-(\sum_j J_{ij} \sigma_j + h_i \sigma_i)}}{\text{tr} e^{-(\sum_j J_{ij} \sigma_j + h_i \sigma_i)}} = \frac{e^{-\sum_j J_{ij} \sigma_j} e^{h_i \sigma_i}}{e^{-\sum_j J_{ij} \sigma_j} + e^{\sum_j J_{ij} \sigma_j}} =$$