

RG1. pdf

RG2. pdf

risultato

RG

Modello di
Jony

$$d=1$$

$$d=2$$

$d=1$ non c'è la trans fase
sola esistenza di punti
fissi banali

$$\bar{J} \rightarrow \infty \quad (T=0)$$

$$\bar{J} \rightarrow 0 \quad (T=\infty)$$

$d=2$ punti fx non banali

"posizione" nello spazio
dei parametri permette
di calcolare le temp.
critica ($h=0$)

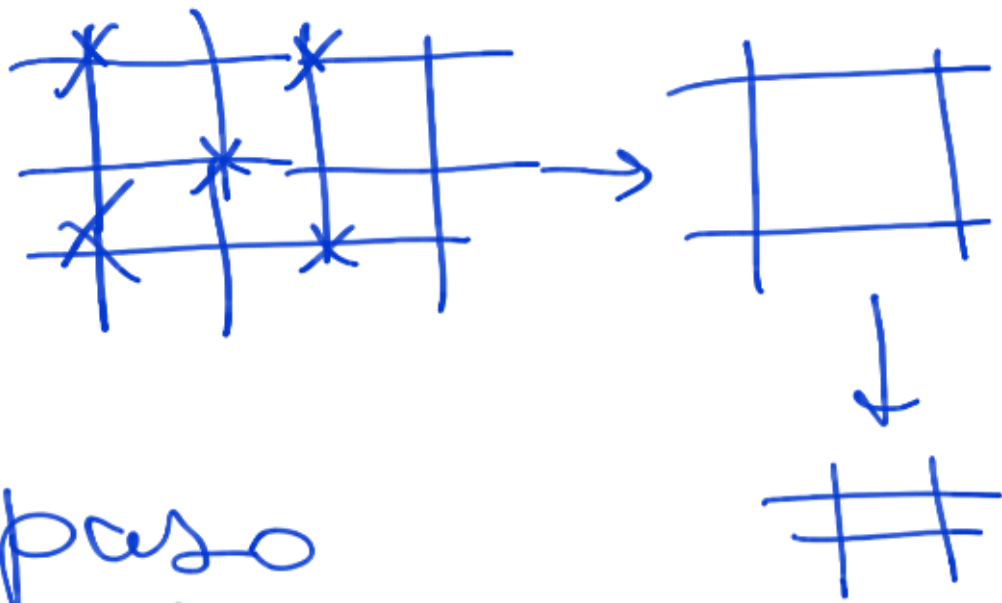
Andando intorno al
punto $fx \Rightarrow$ esponenti
critici

esponenti di scala
dei parametri del modello
($h=0$) T



Il gruppo di
Rinormalizza
Zione
&

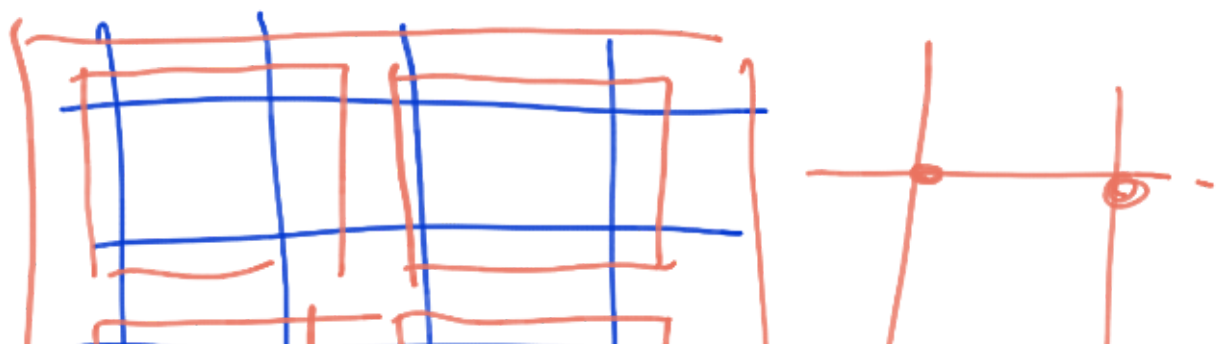
le sue
proprietà
"decomposable"

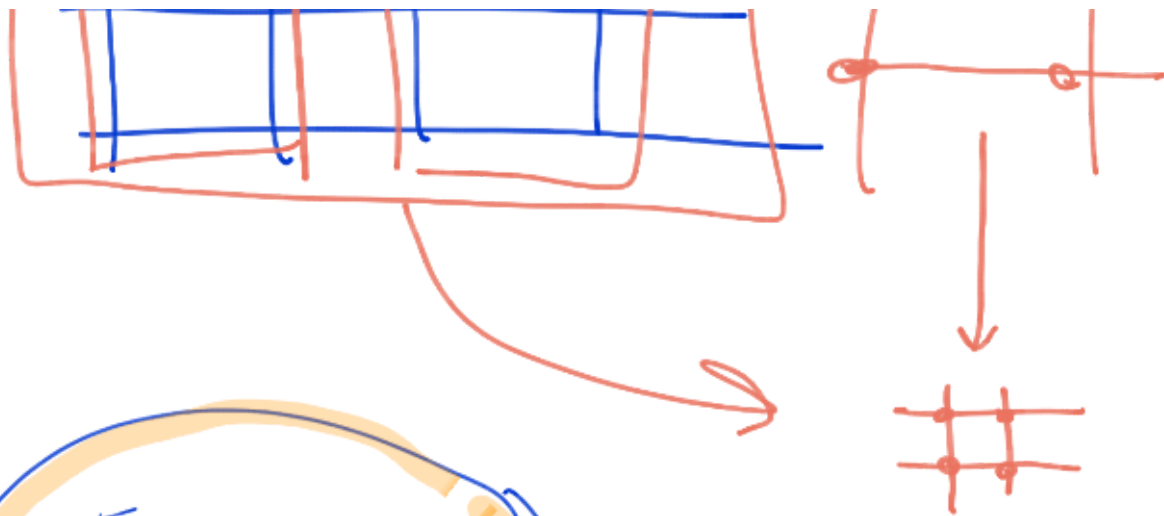


Spazio
Reale



Variabili
di blocco





Teoria di
Compo

~~variabili
discrete su
graticolo~~

$\varphi(x)$
 φ è
 continuo
 x coordinate
 spaziali

Trasformazione
di 2^a specie

$C(\overline{1\overline{r}})$

per gruppo $\vec{r}$

$C(|\vec{q}|)$

~~per gruppo~~ ^{per gruppo} $\vec{q}$

trattoria idrodinamica

$\sigma \longrightarrow \varphi(x)$

Wilson

Recher math stat

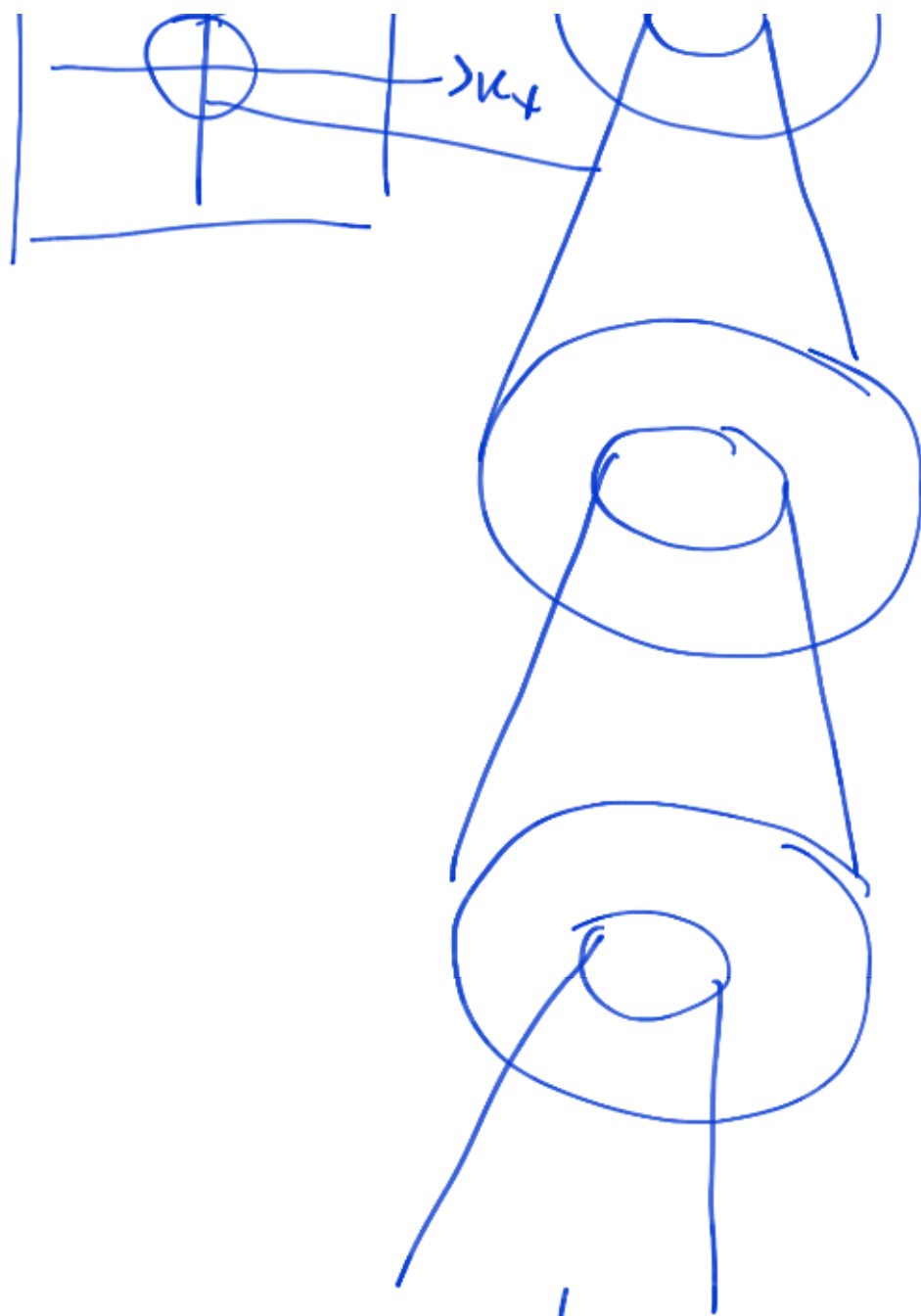
Group

$\Downarrow$

"integrale" di

grado q





punto fijo

$H(23, R_h)$

$\mu(p_0, p_1)$

RG

$H(\bar{\beta}_J, \bar{\beta}_h)$

Stessa forma

punto fix

$$\bar{\beta}_J = \beta_J$$

$$\bar{\beta}_h = \beta_h$$

$$T_c, h_c = 0$$

Wenotransito interno
al punto fix

$$\bar{J} = f(J) \quad (\beta_J \rightarrow J)$$

$$\bar{J} = \underbrace{f(J_c)}_{J_c} + \left(\frac{\partial f}{\partial J} \right)_{J_c} (\bar{J} - J_c)$$

$$\frac{\bar{J} - J_c}{\bar{J} - J_c} = \left(\frac{\partial f}{\partial J} \right)_{J_c} \sim \frac{\bar{t}}{t} = L^{\chi_t}$$

nel modello di Jorg

$$\gamma = \frac{1}{\chi_t}$$

$$\gamma = \frac{\ln L}{\ln \left(\frac{\partial f}{\partial J} \right)_{J_c}}$$

Generalizzazione

$$H(\{p_i\})$$

$$\{p_i\} \xrightarrow{f} \{\bar{p}_i\}$$

punto fx

$$\bar{p}_i = p_i$$

$$p_i = p_i^c$$

linearized

$$\bar{p}_i = p_i^c + \sum_j \left(\frac{\partial f_i}{\partial p_j} \right)_{p^c} (p_j - p_j^c)$$

$$p_i = f_i(\{p_j\})$$

$$q_i = p_i - p_i^c$$

$$\bar{q}_i = \sum_j \underbrace{\left(\frac{\partial f_i}{\partial p_j} \right)_{p^c}}_{\text{matrix}} q_j$$

diagonal zero

$$\bar{q}_\alpha = \underbrace{(\lambda_\alpha)}_{\text{autovalor}} q_\alpha$$

$$\sum_j \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_j} \right) q_j = \lambda_\alpha q_\alpha$$

$$\frac{\bar{q}_\alpha}{q_\alpha} = \lambda_\alpha$$

$$\lambda_\alpha = \frac{\ln L}{\ln \lambda_\alpha}$$

al punto onde solo
algunos ~~fratutos~~ i
paramehos ~~sarano~~

(1)

RILEVANTI

$$X_{\alpha} > 0$$

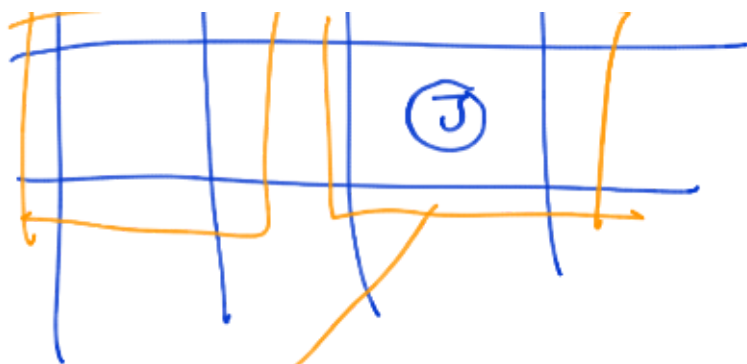
$$X_{\alpha} = 0 \quad \text{marginali}$$



Variabili di
Blocco
(Kadenoff)

Considero p.es. il
modello di Ising





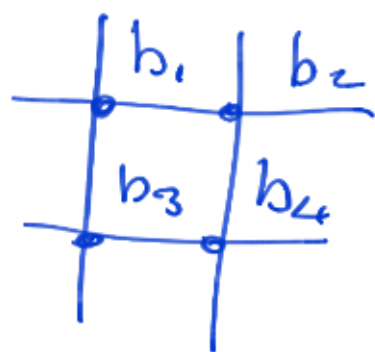
$$\frac{1}{4} \sum_i^{(J)} \sigma_i = b_J$$

queste variabili sono
"p.i.a continue"
della spin originale

$$\sigma_i = \pm 1$$

$$b_J = \begin{cases} 1 & \uparrow\uparrow\uparrow\uparrow \\ 1/2 & \uparrow\uparrow\uparrow\downarrow \\ 0 & \uparrow\uparrow\downarrow\downarrow \\ -1/2 & \downarrow\downarrow\downarrow\uparrow \\ -1 & \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow \end{cases}$$

in ogni caso di iterazione
all' ∞ questa operazione
fornisce con una variabile
continua $[-1, 1]$



è naturale considerare
variabili di blocco
continue

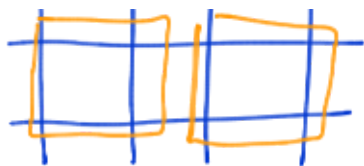
Generalization

$$\mathcal{H}(\{\hat{\Phi}_i\})$$

Mantengo una struttura
reticolare ma considero
variabili continue

$$\hat{\Phi}_d^{(L)} = \frac{1}{L^d} \sum_i \hat{\Phi}_i$$





$$R_L \rightarrow R_{\beta/L}$$

devo fare un rescaling

$$\hat{\varphi}(R_{\beta/L}) = L^{\chi\varphi} \hat{\varphi}_{(R_{\beta})}^{(L)}$$

Vedo RG dal punto di
vista delle distribuzioni
di equilibrio

$$P(\{\hat{\varphi}_L\}) = \frac{e^{-H(\{\hat{\varphi}_L\})}}{Z}$$

$$P_L(\{\hat{\varphi}(R_{\beta/L})\}) = (?)$$

$$y = f(x)$$

$$P(x)$$

$$G(y) = \int dx P(x) \delta(y - f(x))$$

$$\text{se } \int dx P(x) = 1$$

$$\Rightarrow \int dy G(y) = 1$$

$$P_L(\{\hat{\varphi}(\frac{R_j}{L})\}) = \int \pi_\lambda d\hat{\varphi}_\lambda \frac{e^{-H(\{\hat{\varphi}_\lambda\})}}{Z} \times$$

$$\times \pi_J \delta\left(\hat{\varphi}(\frac{R_J}{L}) - \frac{L^{\chi_\varphi}}{L^d} \sum_1^{(J)} \varphi_\lambda\right)$$

$$P_L = \frac{e^{-H_L(\{\hat{\varphi}(\frac{R_j}{L})\})}}{Z_L}$$

$$Z_L = e^{-F_L} \quad (\beta \text{ not! Ham!})$$

$$P_L = e^{F_L - H_L}$$

$$H_L = F_L - \ln P_L(\{\hat{\varphi}(B/L)\})$$

$$P \longrightarrow P_L = K_L P$$

$$H \longrightarrow H_L = R_L(H)$$

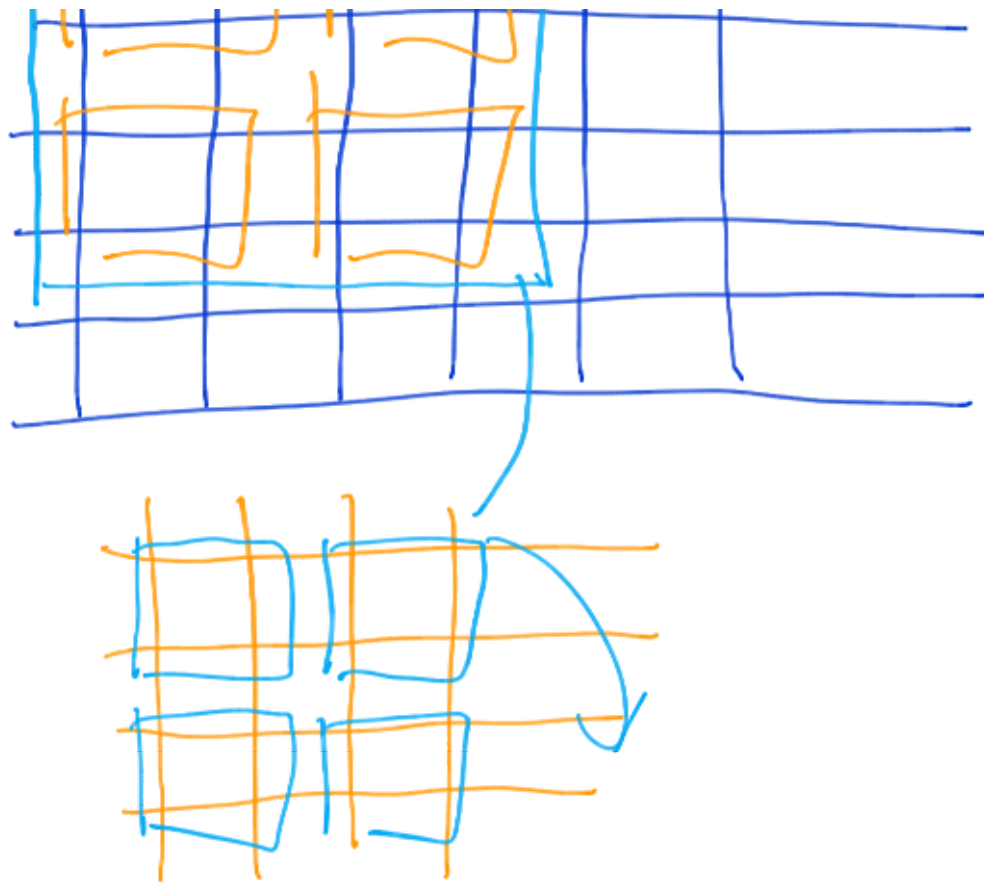
facendo due successive
operazioni di scale
o blocco per le $\hat{\varphi}_e$

$$P \xrightarrow{L'} P_{L'} \xrightarrow{L} P_{LL'}$$

$$L' \text{ e } L \equiv L \cdot L'$$

per esempio





$$R_L(R_L(H)) = R_L R_L H$$

$$F(R_L H) = F(H)$$

fixed point

$$H_L = R_L(H)$$

$$H^* = R_L(H^*)$$

se H deriva da $\{P_i\}$

$$\bar{P}_i = f_i(\{P_j\})$$

$$P_i^* = f_i(\{P_j^*\})$$

$$H \leftrightarrow \{P_i\}$$

ed R_L è un gruppo



Rappresentazione
Finita
del gruppo

Linearizzazione
intorno al pto $f \cdot x$

Assumiamo che
la trasformazione sia
canonica

$$H \rightarrow H + \epsilon \delta H$$

ϵ "piccolo" assumo

$$R_L(H + \epsilon \delta H) = R_L(H) + \epsilon L_L(H) \delta H$$

op lin

representazione di L_L

$$L_L \doteq \left(\frac{\partial f_L}{\partial p_j} \right)$$

è una trasformazione che
gode delle proprietà
di Poisson solo se $H = H^*$
gli autovalori di

$$R_L, \dots, X_n$$

$$\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_j} \right) : \lambda_\alpha = L^\alpha$$

$$L_{L'}(H^*) L_L(H^*) = L_{L'L}(H^*)$$

$$R_L(H^*) = H^*$$

$$R_{L'}(R_L(H^*)) = R_{L'}(H^*)$$

La proprietà di gruppo
per L_L è solo a simbolo
Covariate vera al punto
contro $\in (H = H^*)$

↓ SCALING

$$\lambda_\alpha(L'L) = \lambda_\alpha(L') \lambda_\alpha(L)$$

autovalori di $L(L')$

$$\lambda_\alpha(L) = L^{\chi_\alpha}$$

lo scaling è esatto
Solo **ESATTAMENTE**
al punto critico

(Teorema Confr è conforme
Solo al pto critico)

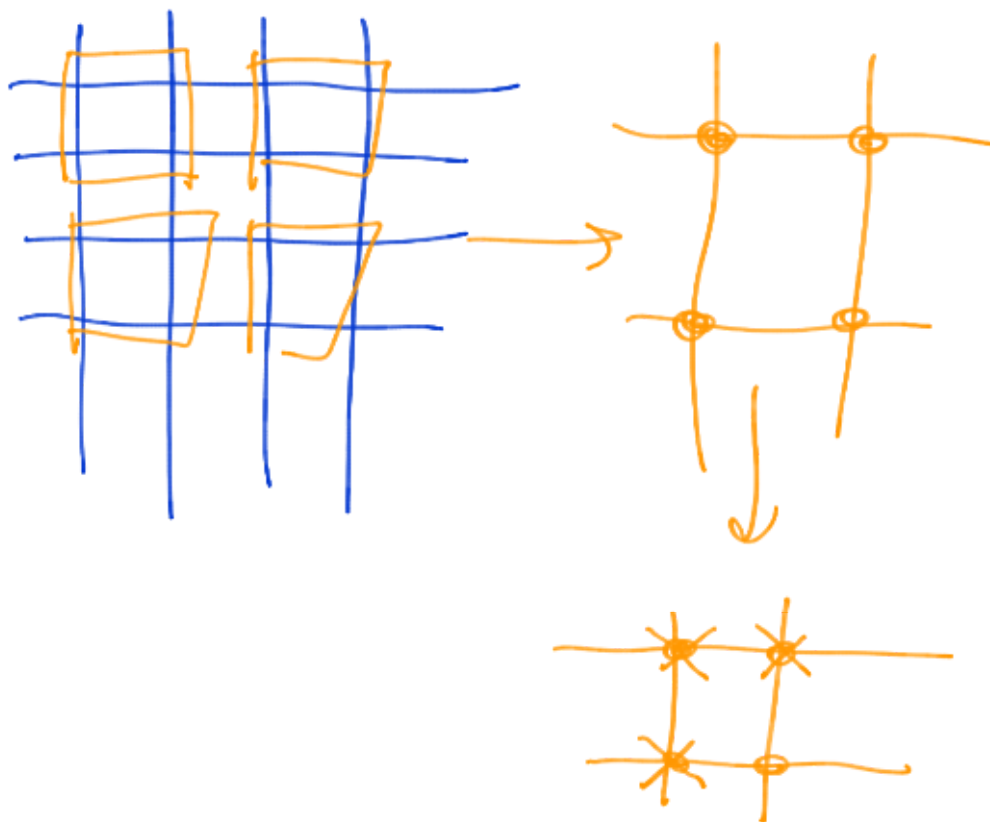
il ws che mette delle
variabili di blocco
è necessario per lo
scaling asintotico

$$\hat{\varphi}_n \longrightarrow \hat{\varphi}_n^{(L)} \longrightarrow \hat{\varphi}(B/L)$$

$\underbrace{\quad\quad\quad}_{\text{Coarse Grain}}$
 $\begin{matrix} \nearrow \\ \text{block} \\ n \text{ columns} \end{matrix}$

Coarse Grain $\neq$ RG

RG = Coarse Grain + Resolving



Coarse Grain

$$P(\{\varphi_i\})$$

$$P_L^{CG}(\{\bar{\varphi}_j\}) = \int \prod_i d\varphi_i P(\{\varphi_i\}) \times \\ \times \prod_j \delta\left(\varphi_j - \frac{1}{L^d} \sum_i \tau^{(j)}_i \varphi_i\right)$$

no
rescaling

la funzione da cui come conoscere
dei campi fluttuanti $\hat{\varphi}_i$
deve obbedire alla
legge di scala al
punto critico

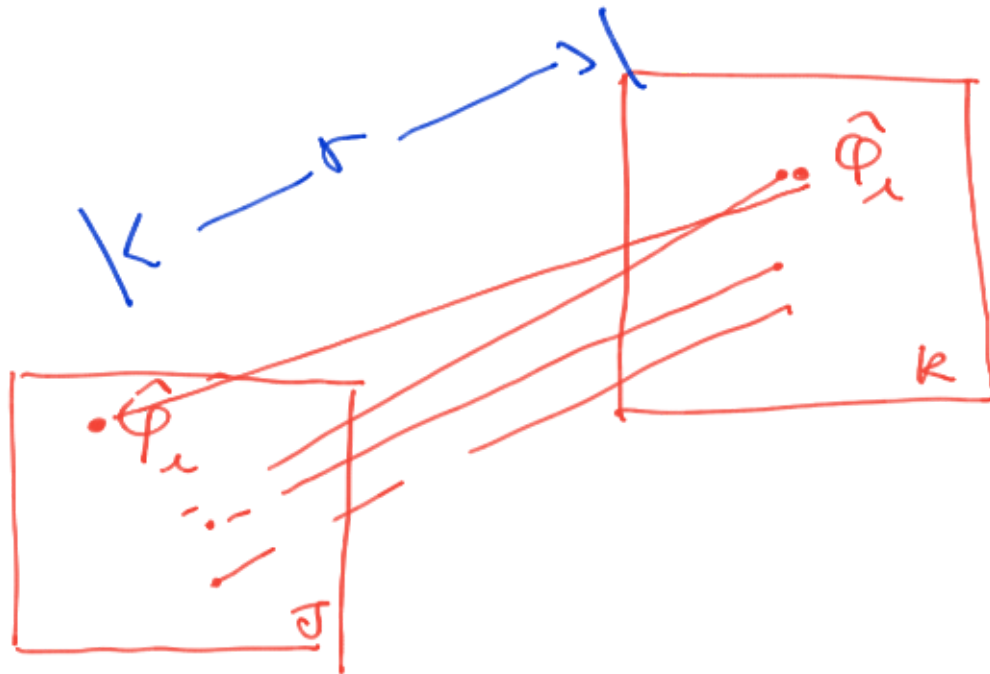
$$\langle \hat{\varphi}(R_L/L) \hat{\varphi}(R_u/L) \rangle = R_L(C(R_L R_u))$$

$$C(R_u R_u) = \langle \hat{\varphi}(R_u) \hat{\varphi}(R_u) \rangle$$

$$R_L(C) = L^{2 \times \varphi} \frac{1}{L^d} \sum_i \tau^{(j)}_i \sum_e \tau^{(k)}_e C(R_i R_e)$$

L^{-n}

Grand Scale asymptotic



but (contributes zero
all'inside yield on
grand scale

$$\sum_{\mu}^{(c)} \sum_{e}^{(u)} C(R_{\mu} R_e) \simeq L^{2d} C(r)$$

$$R_L(c) = \frac{L^{2 \times c}}{L^{2d}} C(r)$$

The equation shows the scaling of the correlation function $R_L(c)$ with system size L . The numerator is $L^{2 \times c}$ and the denominator is L^{2d} . A red arc is drawn below the equation.

$$\overline{C}\left(\frac{r}{L}\right) = L^{2\chi\varphi} C(r)$$

$\uparrow$ $\overline{H} = R_L(H)$
 $\uparrow$ H

al punto fisso però!

$$R_L(H^*) = H^*$$

$$C\left(\frac{r}{L}\right) = L^{2\chi\varphi} C(r)$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{trasf.} \\ H^* \end{array} \right.$
 $\left\{ \begin{array}{l} \\ H^* \end{array} \right.$

$$\tilde{C}(Lq) = L^{2\chi\varphi - d} \tilde{C}(q)$$

perché
nella trasf F
compare un
 $\int d^d x$



legge di scale

$$x_F = \frac{d+\eta}{2} - 1$$

è la legge di scale

(a) per il parametro x_m

$$m(x) = \langle \hat{\varphi}(x) \rangle$$

$$C(q) \sim \frac{1}{q^{2-\eta}}$$

$\eta \geq 2$ $C(q)$ è regolare

$$x_F = \frac{d}{2} - 1 + \frac{\eta}{2}$$

$$\eta = 2 + \varepsilon$$

$$x_F = \frac{d}{2} - 1 + 1 + \frac{\varepsilon}{2} \geq \frac{d}{2} > 0$$

se $x_F = \frac{d}{2} \Rightarrow$ punto fisso

banche



Teoria di Scola
e teoria di Landau

$$\overline{F} = F$$

al punto critico
~~Sotto~~ una trasform.
di Scola

teoria di Landau

$$F = \int d^d x \left(\underset{(a)}{a} m^2(x) + \underset{(b)}{b} m^4(x) \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} -c|\nabla m|^2 \\ (c) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\hbar m \\ (c) \end{array}$$

d) avevamo già visto
che

$$\overline{F} = F$$

identici fra loro solo perché
da ogni singolo termine

a)

$$\int d^d x a m^2 = \int d^d x \bar{a} \bar{m}^2$$

$$\begin{cases} a = L^{-X_a} \bar{a} \\ m = L^{-X_m} \bar{m} \end{cases}$$

$$L^d \int d^d \bar{x} L^{-X_a} \bar{a} L^{-2X_m} \bar{m}^2$$

Controllo di varianza
+ devianza

$$d - X_a - X_m = 1$$

$$a) d - X_a - 2X_m = 0$$

$$b) d - X_b - 4X_m = 0$$

$$c) d - X_c - 2 - 2X_m = 0$$

$$d) d - X_m - X_h = 0$$

$$X_a = X_t$$

$$a \propto t = (T - T_c)$$

$$\beta = \frac{X_m}{X_t} \quad \text{dalla a)}$$

$$d - X_t - 2X_m = 0$$

$$\frac{1}{X_t} = \gamma$$

$$d\gamma - 1 - 2\beta = 0$$

legge di scala
l'attira al pt
centro

$$X_t = 1 \quad \text{Landau}$$

$$\left. \begin{aligned} X_m &= \frac{d-2}{2} \\ X_n &= \frac{d+2}{2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{clip} \\ \text{due} \\ \text{dim!} \end{array}$$

Teorema del Corpo nudo
de Weyl per qn
indici cubici

Indipendente da d!

$$\beta = \frac{d-2}{4}$$

Scaling
des faden

MFT

$$\beta = 1/2$$

Resultat
des faden

$$d=4$$

Dimensionalität
Antice Suppore



Faden



H_{FT} (flore du
camp!)

Wilson