

Potenziale di Landau nello spazio k

trasformato con F

$$m(x) = \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} \varphi_k \quad \text{parametro d'ordine}$$

$$\varphi_k = \int d^d x e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} m(x)$$

m è reale dunque $\varphi_k^* = \varphi_{-k}$

$$\Psi[m] = \int d^d x \left\{ \underbrace{a m^2}_{(1)} + \underbrace{b m^4}_{(4)} - \underbrace{h m}_{(2)} + \underbrace{c |\nabla m|^2}_{(3)} \right\}$$

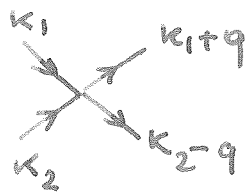
1) 2) 3) sono i vertici lineari e quadratici nel parametro d'ordine che compaiono nel modello gaussiano il loro contributo è

$$\frac{1}{V} \sum_k (a \varphi_k \varphi_{-k} - h_{-k} \varphi_k + c |k|^2 \varphi_k \varphi_{-k})$$

è capiscoro come vertici del 2° ordine

$\begin{matrix} k & \nearrow & k \\ k & \nwarrow & k \end{matrix}$ verde $\varphi_{-k} = \varphi_k^*$

il termine del 4° ordine si scrive subito come



$$\frac{1}{V^3} \sum_{k_1, k_2, q} \varphi_{k_1+q}^* \varphi_{k_2-q}^* \varphi_{k_2} \varphi_{k_1} =$$

$$= \frac{1}{V^3} \sum_{k_1, k_2, q} \varphi_{k_2} \varphi_{k_1} \varphi_{-k_1-q} \varphi_{-k_2+q}$$

$$\Psi[\varphi_k] = \frac{1}{V} \sum_k (a \varphi_k \varphi_{-k} - h_{-k} \varphi_k + c |k|^2 \varphi_k \varphi_{-k}) + \\ + \frac{b}{V^3} \sum_{k, k', q} \varphi_k \varphi_{k'} \varphi_{-k'-q} \varphi_{-k+q}$$

L'eq di auto consistenza è:

$$V \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi_k} = 0$$

moltiplico x il valore per cui
diverso da zero su k

$$2a \varphi_k - h_k + 2ck^2 \varphi_k + \frac{3b}{V^2} \sum_{k'q} \varphi_{k'} \varphi_{k'-q} \varphi_{k+q} = 0$$

però posso prendere le derivate in 2 o 3 modi diversi
adesso se mando $h(x) \rightarrow h$ costante ho

$$h(x) = \frac{1}{V} \sum_k e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} h_k \quad h_k = V \delta_k \leftarrow \text{Kronecker}$$

in tal caso anche $\varphi_k \rightarrow V \delta_k m$ equando ottengo

$$2aVm - Vh + 2c \cancel{k^2 V \delta_k m} + \frac{3b}{V^2} V^3 m^3 = 0$$

che è l'equazione nel caso omogeneo -

Sai che l'equazione cambiando $k \rightarrow -k$ ci ottergo

$$\boxed{2a \varphi_k - h_k + 2ck^2 \varphi_k + \frac{3b}{V^2} \sum_{k'q} \varphi_{k'} \varphi_{k'-q} \varphi_{k+q} = 0}$$

↳ parametro d'ordine non omogeneo

definisco χ rispetto ad un campo non omogeneo

$$\boxed{\chi_{kk'} = \frac{\partial \varphi_k}{\partial h_{k'}}$$

$$2a \chi_{kk'} - \delta_{kk'} + 2ck^2 \chi_{kk'} + \frac{3b}{V^2} \sum_{k''q} \left\{ \begin{array}{l} \chi_{k''k'} \varphi_{k''-q} \varphi_{k+q} \\ \varphi_{k''} \chi_{k''-q, k'} \varphi_{k+q} \\ \varphi_{k''} \varphi_{k''-q} \chi_{k+q, k'} \end{array} \right\} = 0$$

nel limite $\hbar_k \rightarrow V \delta_k \hbar \rightarrow 0$ $\varphi_k \rightarrow V \delta_k m$

$$2a \chi_{kk'} - \delta_{kk'} + 2ck^2 \chi_{kk'} + \frac{3b}{V^2 L} [V^2 m^2 \chi_{kk'} + V^2 m^2 \chi_{kk'} + V^2 m^2 \chi_{kk'}] = 0$$

$$[2a + 2ck^2 + 12bm^2] \chi_{kk'} = \delta_{kk'}$$

equando $\chi_{kk'} = \delta_{kk'} \chi_k = \delta_{kk'} \frac{\delta \varphi_k}{\delta \hbar_k}$

$$\chi_k = \frac{1}{[2a + 12bm^2] + 2ck^2} = \frac{1}{\chi_0^{-1} + 2ck^2}$$

$\uparrow$
 $a_{k=0}$

$$\chi_0^{-1} = 2a + 12bm^2 \rightarrow 0 \text{ per } T \rightarrow T_c^\pm$$

definisco la lunghezza di correlazione

$$\chi_k = \frac{\chi_0}{1 + 2c\chi_0 k^2} = \frac{\chi_0}{1 + (\xi_k)^2} \quad \left[\xi_k^2 = 2c\chi_0 \right]$$

$\uparrow$
diverge a T_c

infatti

$$\begin{aligned} \chi(r) &= \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \chi(k) = \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \frac{\chi_0}{1 + (\xi_k)^2} \\ &= \frac{1}{r^{d-2}} \int \frac{d^d x}{(2\pi)^d} e^{i\vec{x} \cdot \vec{r}} \frac{\chi_0}{1 + \left(\frac{\xi}{r} x\right)^2} \approx \frac{e^{-r/\xi}}{r^{d-2}} (\text{const}) \end{aligned}$$