

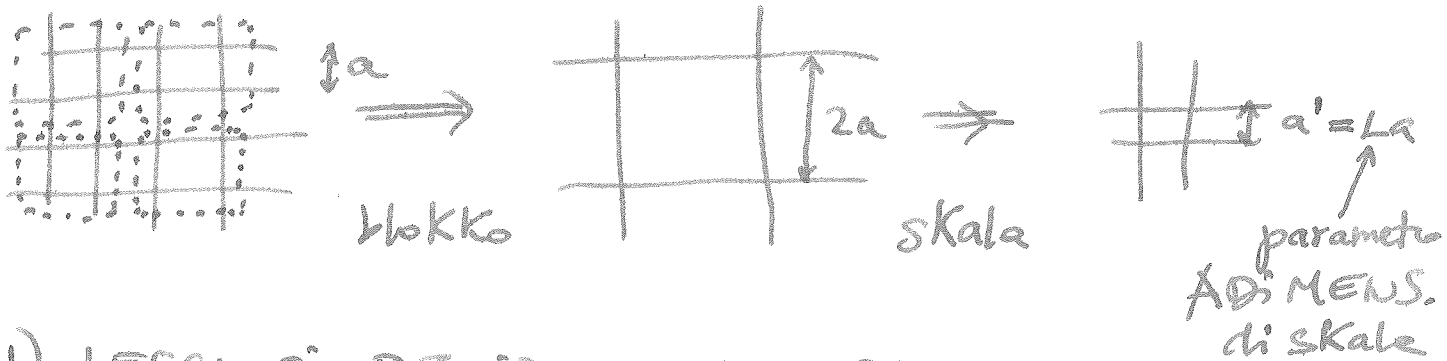
LEGGI DI SKALA

Correlazioni long range al pto critico

||

non esiste una scala $\rightarrow$ leggi di potenza al pto critico

Sist in va scala AL pto critico



- 1) LEGGI DI POTENZA AL PTO CRITICO
- 2) IL PTO CRITICO E' INVASCALE: la cui scala si raggiunge per lo stesso valore dei parametri (intensivos)

$$\bar{t} = L^{x_t} t$$

x_t
 x_n dimensioni di scala

$$\bar{h} = L^{x_n} h$$

pto critico che per $\underline{t=h=0}$ quindi anche una funzione + generale dovrebbe lo stesso valere es

$$\bar{t} = f(L, t) = \cancel{f(L, 0)} + \frac{\partial f}{\partial t} t + O(t^2)$$

$\uparrow$
criticità nello stesso pto

$$\bar{t} = A(L) t$$

$\uparrow$ legge di potenza $\Rightarrow$ scaling

omogeneità del parametro d'ordine
 + invarscola pto critico $\Rightarrow$ andamento a pza
 index critico β

In funzione della trasformale sui parametri intensivi
 t e h si determinano le relazioni di omogeneità
 per d' e le altre funzioni che determinano
 l'andamento critico

$$M(\bar{E}, \bar{h}) = \underbrace{L^{x_m}}_{\text{scale}} m(t, h) \quad \text{scaling par. d'o.} \quad \text{scala}$$

questo dove valore $\forall L$ nelle vicinanze del pto critico
 cioè per t ed $h \sim 0$.

questo da d' vicino al pto critico scalando i
parametri non cambia la forma funzionale
 della magnetizzazione ma solo la sua scala

essa è una funzione omogenea

$$f(Lx) = L^p f(x) \quad \text{funzione omogenea di grado } p$$

una funzione omogenea è una potenza! Infatti
 se la relazione sopra vale $\forall L$ allora per $L = 1/x$

$$f(x) = x^p f(1)$$

ma allora inverte solo

$$m(t, h) = L^{-x_m} m(L^{x_t} t, L^{x_h} h)$$

che deve essere vero $\forall L$ pongo primo $L^{x_h} h = 1$

$$1) m(t, h) = h^{x_m/x_h} m\left(\frac{t}{h^{x_t/x_h}}, 1\right) \rightarrow \text{Scaling} \\ \text{Con h index } \delta$$

poi pongo $L^{x_t} t = 1$

$$2) m(t, h) = t^{x_m/x_t} m\left(1, \frac{h}{t^{x_h/x_t}}\right) \text{ Scaling} \\ \text{Con t index } \beta$$

assumendo che il secondo membro della 2 sia una funzione regolare l'index β è

$$\boxed{\beta = x_m/x_t}$$

invece siccome per $t=0$ $h \rightarrow 0$ $m \sim h^{1/\delta}$ allora

$$\boxed{\frac{1}{\delta} = \frac{x_m}{x_h}}$$



la funzione di correlazione del parametro d'ordine "scale" come il quadrato del par. d'ordine quindi

$$C(\bar{r}, \bar{t}, \bar{h}) = L^{2x_m} C(r, t, h) \quad \bar{r} = \frac{r}{L}$$

Scala la temperatura $L^{x_t} t = 1$

La parte omogenea per $q=0$ ci dà la suscettività
 termodinamica $\chi = \beta_c C(q=0)$ (T.R.L.)
 e quindi il suo andamento in t

$$C(q, t, h) = t^{\frac{2x_m}{x_t} - \frac{d}{x_t}} C\left(\frac{q}{t^{1/x_t}}, 1, \frac{h}{t^{x_h/x_t}}\right)$$

Se prima faccio $q=0, h=0$ e poi $t \rightarrow 0$ assumendo
 che $C(0, 1, 0)$ è limitata le scale in d e γ

$$\boxed{\gamma = \gamma_d - 2\beta} \quad (b)$$

Per quanto riguarda l'energia libera quest'è e'
 estensiva per...

$$F(t, h) = V \frac{f(t, h)}{\cancel{\cancel{\cancel{V}}}} \leftarrow \text{en lib} \times \text{unot vol}$$

$$f(t, h) = \frac{F(t, h)}{V} = \frac{F(\bar{t}, \bar{h})}{L^d \bar{V}} = \frac{1}{L^d} \bar{F}(\bar{t}, \bar{h})$$

Inde supporto de $\boxed{F(t, h) = F(\bar{t}, \bar{h})} \leftarrow \text{INVA SCALA}$

da questo ho

$$f(t, h) = L^{-d} f(L^{x_t} t, L^{x_h} h)$$

potrei ottenere da questa relazione valide per la f. di
 correlazione mi interessa invece le relazioni χ e χ_c
 colore specifico a press (costo ext) costante
 dunque solo la temp

$$f(t, h) = t^{d/x_t} f\left(1, \frac{h}{t^{x_h/x_t}}\right)$$

è meglio derivare 2 volte rispetto a t e la f fissa

$$C_h = - \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} T_c$$

deriviamo 2 volte
la relazione per f
ottenendo

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = L^{2x_t-d} \frac{\partial^2 f}{\partial \bar{t}^2}$$

perché $du = Tds + hdm$
 $\uparrow \quad \uparrow$
 $-p \quad v$
 allora intanto al pto critico
 $h=M=0 \quad T=T_c$ allora
 $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}\right)_h = - \left(\frac{\partial s}{\partial t}\right)_h = - \left(\frac{\partial s}{\partial u}\right)_h \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_h$
 $\left(\frac{\partial s}{\partial u}\right)_{h=0, T=T_c, M=0} = \frac{1}{T_c}$

che da

$$C_h(t, h) = L^{2x_t-d} C_h(L^{x_t} t, L^{x_h} h) \quad \text{adesso solo la temp}$$

$$C_h(t, h) = t^{\frac{d-2x_t}{x_t}} C_h\left(1, \frac{h}{t^{x_h/x_t}}\right) \quad \text{dacci per prima } h=0 \text{ e poi } t \rightarrow 0$$

$$\alpha = 2 - d/x_t \quad \boxed{\alpha = 2 - d\nu} \quad \textcircled{c}$$

Adesso posso ottenere relazione fra gli indici critici
adimensionali sottraendo la parte di campo ext dell'energia
libera. Essa contiene

$$-\int d^d x \, m(x) h(x) = -L^d \int d^d \bar{x} \, L^{-x_m} m(\bar{x}, \bar{h}, \bar{t}) L^{-x_h} \bar{h}(\bar{x})$$

devono avere le stesse dimensioni ergo

$$d - x_m - x_h = 0$$

la quale permette di tirar fuori una relazione fra β e δ infatti

$$\beta = x_m / x_t \quad \delta = x_n / x_m$$

$$d - x_t \beta - x_m \delta = 0 \quad \text{dividendo per } x_t \text{ e mi ricordo che } v = 1/x_t$$

$$\boxed{dv - \beta - \beta \delta = 0} \quad (d)$$

che sono 4 relazioni che vanno supplementate dei rapporti per $T < T_c$

$$\begin{array}{l} \alpha = \alpha' \quad (e) \\ \beta = \beta' \quad (f) \\ v = v' \quad (g) \end{array}$$

Queste sono delle relazioni per gli index critici

$$\alpha \beta \gamma \delta \eta \nu \quad \alpha' \beta' \gamma' \delta' \eta' \nu' = 9$$

E quindi solo 2 index critici o equival x_t ed x_n sono indipendenti

Valori relativi come da Landau

$$\boxed{x_t = 2}$$

dalla parte lineare del pot di Landau
non ottenere il termine

$$\int d^d x a m^2 = L^d \int d^d \bar{x} L^{-x_a} L^{-2x_m} \bar{a} \bar{m}^2$$

$$\text{per cui devo avere } d - x_a - 2x_m = 0$$

ma io so che a x_t equivo $\boxed{x_a = x_t}$ da cui

$$\boxed{x_m = \frac{d-2}{2}} \rightarrow \boxed{x_n = \frac{d+2}{2}}$$

ottenendo gli index critici
da Landau delle relazioni

$$\text{es } \beta = \frac{x_m}{x_n} = \frac{d-2}{d+2} \quad d=4 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{da cui } \underline{\underline{\text{Solo } X \text{ } d=4}}$$