

Microfisica Quantistica - A.A. 2010/11

Prova di esonero, 29 Aprile 2011

• Esercizio 1:

Atomi di litio ($1s^2 2s^1$) ionizzati due volte vengono eccitati a stati con $n = 3$. Considerando solo transizioni a stati con $n = 2$, si chiede:

- (a) lo schema dei livelli energetici delle transizioni tenendo conto delle correzioni spin-orbita e delle altre correzioni relativistiche, valutando anche quanto percentualmente tali correzioni influiscono sulla lunghezza d'onda maggiore e quanto influirebbero nel caso di atomi di idrogeno;
- (b) il calcolo della lunghezza d'onda media corrispondente a tali transizioni con una precisione di una parte su mille.

• Esercizio 2:

Si consideri un atomo di idrogeno allo stato fondamentale soggetto ad un campo elettrico di modulo E diretto lungo x . Assumendo come funzione di prova una funzione del tipo:

$$\phi = \phi_{1s}(1 + cx) \quad (1)$$

dove ϕ_{1s} è la funzione d'onda dello stato fondamentale imperturbato dell'atomo di idrogeno e c è una costante (in generale complessa), si valuti, sulla base del principio variazionale:

- (a) il momento di dipolo elettrico indotto;
- (b) la polarizzabilità atomica α .

Si confronti il valore ottenuto con quello esatto: $\alpha = -\frac{9}{2}a_0^3$ dove a_0 è il raggio di Bohr.

Nota: Per la soluzione dell'esercizio si utilizzino le seguenti informazioni:

$$\phi_{1s} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}} \quad ; \quad (2)$$

$$\int_0^{2\pi} \cos^2 \phi \, d\phi = \pi \quad ; \quad (3)$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax} \, dx = \frac{n!}{a^{n+1}} \quad ; \quad (4)$$

$$\langle x^2 \rangle_{100} = a_0^2 \quad ; \quad (5)$$

$$\langle x H_0 x \rangle_{100} = 0 \quad . \quad (6)$$

dove $\langle \dots \rangle_{100} = \langle \phi_{1s} | \dots | \phi_{1s} \rangle$ indica una media sullo stato fondamentale del sistema imperturbato.

Postilla: nel caso si completi la prova prima delle due ore, la dimostrazione della relazione (6) verrà valutata ai fini del punteggio.