

Microfisica Quantistica - A.A. 2013/14

Prova di esonero, 10 Aprile 2014

NOME:

MATRICOLA:

• **Esercizio 1:**

Un gas è costituito da ioni Li^{++} . L'elettrone superstite è eccitato ad un particolare livello energetico caratterizzato dal numero quantico principale n , e da un certo numero quantico j . In emissione verso stati con $n' < n$ si osservano soltanto due righe, separate in energia di una quantità pari a $R\alpha^2/2$, dove R è l'energia di Rydberg e α è la costante di struttura fine.

1. Determinare il numero quantico n' e i due valori del numero quantico j' degli stati finali.
2. In base al numero delle righe osservate dedurre, se possibile, i numeri quantici n e j dello stato iniziale, specificando espressamente se uno o entrambi non possono essere determinati in base ai dati a disposizione.

• **Esercizio 2:**

Un'ampolla contenente idrogeno atomico a $T=300\text{K}$ viene irradiato con una radiazione avente uno spettro continuo compreso tra 50000 cm^{-1} e 102000 cm^{-1} .

- (a) indicare le righe di assorbimento principali osservabili in questo intervallo per transizioni di dipolo elettrico.
- (b) quale potere risolutivo è necessario per risolvere la struttura fine di queste righe?

• **Esercizio 3:**

Si vuole descrivere lo stato fondamentale di un oscillatore anarmonico di hamiltoniana

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} \omega^2 x^2 + \frac{1}{2} \lambda x^3 \quad (1)$$

con una funzione di prova del tipo

$$\Psi_T(x) = \phi_0(x) + \alpha \phi_1(x) \quad (2)$$

dove $\phi_i(x)$ sono le autofunzioni dell'oscillatore armonico di stessa pulsazione e α è un parametro reale. Utilizzando il principio variazionale, ottenere la funzione di prova che meglio approssima lo stato fondamentale dell'oscillatore anarmonico e calcolarne l'energia in funzione di λ . Limitare l'analisi al regime dei piccoli valori di λ specificandone il significato fisico. Confrontare il risultato con quello che si otterrebbe con la teoria delle perturbazioni al prim'ordine.

Relazioni utili:

$$1\text{eV} = 8065.48 \text{ cm}^{-1} = 1.16045 \cdot 10^4 \text{ K}$$

$$\text{Costante di Rydberg: } R(\infty) = 13.6\text{eV} = 109737 \text{ cm}^{-1}$$

$$\text{Massa del protone: } M_p = 1836.15 m_e$$

$$\text{costante di struttura fine: } \alpha = 1/137$$

$$\phi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2\right)$$

$$\phi_1(x) = \left(\frac{2m\omega}{\hbar}\right)^{1/2} x \phi_0(x)$$

$$\int_0^\infty dx \ x^m e^{-ax^2} = \frac{\Gamma(\frac{m+1}{2})}{2a^{(m+1)/2}}$$