

Esecizi: 2

1. Si consideri una particella con 4-momento p ed un osservatore O' dotato di quadrivelocità u .

- (a) Mostrare come l'energia della particella misurata da O si possa scrivere in modo Lorentz invariante come

$$p \cdot u = p^\mu u^\nu \eta_{\mu\nu}.$$

- (b) Si consideri il caso di una particella ultrarelativistica: $E \gg m$, dove E l'energia misurata in un riferimento O . Utilizzando il risultato precedente si derivi (senza usare le trasformazioni di Lorentz !!) la relazione tra l'energia $\tilde{E}$ della particella misurata in O' e l'energia E misurata nel riferimento O in cui questa ha impulso spaziale $\vec{p}$ ed energia E .
- (c) Considerando il caso in cui la velocità relativa tra O ed O' sia molto minore di c , si ritrovi il familiare effetto Doppler non relativistico.

2. Si consideri l'equazione del moto di una particella relativistica di massa m in forma 4-vettoriale

$$m \frac{dU^\mu}{d\tau} = K^\mu, \quad K^\mu = (K^0, \vec{K});$$

Utilizzando che $U \cdot \dot{U} = 0$, si mostri come la componente temporale sia legata alla variazione dell'energia, mentre le componenti spaziali sono la generalizzazione relativistica di $F=ma$. Il vettore $\dot{U}$ è di tipo tempo, spazio o luce ?