

Esecizi: 3

1. Si consideri l'azione di un generico elemento di  $SO(3, 1)$  connesso con l'identità sui 4-vettori. Se ne scriva la sua forma infinitesima.
2. Si consideri l'azione di un boost di Lorentz nella direzione  $x$  su un quadrivettore, partendo dalla sua forma esplicita di trovi l'espressione corrispondente per un boost con velocità  $v$  in una direzione  $\mathbf{n}$  generica. Se ne determini inoltre la sua forma infinitesima.
3. Si consideri l'equazione del moto di una particella relativistica di massa  $m$  in forma 4-vettoriale

$$m \frac{dU^\mu}{d\tau} = K^\mu, \quad K^\mu = (K^0, \vec{K});$$

Utilizzando che  $\mathbf{U} \cdot \dot{\mathbf{U}} = 0$ , si determini come la derivata rispetto al tempo dell'energia e la derivata rispetto al tempo dell'impulso in termini di  $\vec{K}$ . Che tipo di 4-vettore è  $\dot{\mathbf{U}}$ , tempo, spazio o luce ?

4. Dato un generico 4-vettore  $\mathbf{A}$  di mostri come si possono scegliere sempre quattro 4-vettori di base  $\mathbf{V}_\mu$   $\mu = 0, 1, 2, 3$  tali che

$$\mathbf{A} = \sum_{\mu=0}^4 A^\mu \mathbf{V}_\mu \equiv A^\mu \mathbf{V}_\mu, \quad \mathbf{V}_\mu \cdot \mathbf{V}_\nu = \eta_{\mu\nu} \quad (1)$$

Attenzione a tenere ben distinte le componenti dei 4-vettori che sono dei numeri dai i 4-vettori stessi che sono degli oggetti geometrici.

5. Dati due 4-vettori di tipo tempo la loro somma sarà ancora un 4-vettore di tipo tempo ?