Esecizi: 5

1. Si consideri un campo scalare reale di massa m in presenza di una sorgente esterna descritto dalla Lagrangiana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m^2\phi^2 + J\phi \, .$$

   In particolare, si prenda la sorgente classica della forma

$$J(x) = J_1\,\delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{x_1}) + J_2\,\delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{x_2})$$

   con J_1 e J_2 costanti reali. A partire dall'espressione esplicita di

$$Z[J] = < 0|\exp\left(\int d^4x\; i\mathcal{L}_{int}(x)\right)|0 >$$

   in termini del propagatore di Feynman ricavata a lezione, scrivendo $Z[J]$ per il caso in questione nella forma $Z[J] = \exp\left(-i\,E\,T\right)$, si trovi E in termini di $J_{1/2}$ e $|\vec{x_1} - \vec{x_2}| = r$. Si puo considerare T come il tempo (molto grande, al limite infinito) in cui la sorgente è accesa; inoltre nel calcolo si possono trascurare i contributi di autointerazione della sorgente proporzionali a J_1^2 e a J_2^2.

   Qual'è l'interpretazione fisica di E ?

   Cosa succede nel limite $m \to 0$?

2. Si consideri uno spinore left privo di massa. A partire dalla sua lagrangiana libera si determini la corrente di Noether associata alla simmetria U(1). Utilizzando la quantizzazione canonica, si determini l'operatore di campo corrispondente, la Hamiltoniana e l'operatore carica Q della simmetria U(1) in termini degli operatori di creazione e distruzione. Infine, si determini il propagatore.

3. Si consideri uno spinore left con massa m. Utilizzando la quantizzazione canonica, si determini l'operatore di campo corrispondente e la Hamiltoniana ed il propagatore.

4. Si determini la sezione d'urto differenziale per il processo: elettrone, antielettrone che va in μ^+, μ^- considerando l'interazione elettromagnetica. La particella μ^- ha carica $-e$ come l'elettrone ed una massa

$m_\mu \sim 105$ MeV, dunque molto maggiore di quella dell'elettrone. La particella μ^+, antiparticella di μ^- ha carica e. Nel calcolo si trascuri la massa dell'elettrone rispetto a quella del μ.