

Laboratorio di Calcolatori II - A.A. 2007/08

Derivate e integrali di semplici funzioni di una variabile

27 marzo 2008

1. Scrivere un programma per il calcolo numerico delle derivate prima e seconda di una generica funzione di una variabile $f(x)$ con lo schema ad un punto (solo per la derivata prima) e con lo schema alle difference centrali. Nel calcolo della derivata seconda usare le forme

$$f''(x) = \frac{f(x+h) + f(x-h) - 2f(x)}{h^2} + O(h^2) \quad (1)$$

$$f''(x) = \frac{[f(x+h) - f(x)] - [f(x) - f(x-h)]}{h^2} + O(h^2) \quad (2)$$

$$f''(x) = \frac{-f(x+2h) + 16f(x+h) - 30f(x) + 16f(x-h) - f(x-2h)}{12h^2} + O(h^4) \quad (3)$$

2. Scegliere a piacere alcune funzioni semplici (ma non troppo!!!) e studiare per ogni funzione l'andamento dell'errore sulle derivate prima e seconda al variare dell'ampiezza dell'intervallo scelto h . (Suggerimento: variare h per ordini di grandezza).
3. Cercare di capire se il risultato ottenuto in precedenza dipende dal punto in esame individuando, dal grafico delle funzioni scelte, punti con derivata piuttosto diversa tra loro. In questo caso caratterizzare questa dipendenza.
4. Confrontare i risultati che si ottengono in singola e doppia precisione. Confrontare i risultati con gli andamenti teorici attesi.
5. Scrivere un programma per il calcolo dell'integrale di una funzione di una variabile in un intervallo $[a, b]$ con il metodo dei trapezi e con il metodo di Simpson.
6. Scegliere a piacere alcune funzioni regolari e delle quali si conosca la primitiva, tra cui la gaussiana $\exp\{-ax^2\}$ la cui primitiva è la *funzione d'errore* (*error function*) definita come

$$\operatorname{erf}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-x^2} dx, \quad (4)$$

e studiare per ogni funzione l'andamento dell'errore sull'integrale al variare dell'ampiezza del passo d'integrazione scelto h . (Suggerimento: variare h per ordini di grandezza ma attenzione al numero di intervalli!).

7. Cercare di capire se il risultato ottenuto in precedenza dipende dall'intervallo d'integrazione scelto $[a, b]$ individuando, dal grafico delle funzioni, regioni in cui la funzione ha andamenti diversi. In questo caso caratterizzare questa dipendenza.
8. Confrontare i risultati che si ottengono in singola e doppia precisione. Confrontare i risultati con gli andamenti teorici attesi.